

Ecuaciones y Sistemas

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones de 1º grado:

a) $\frac{x}{2} + x = \frac{1}{6} - \frac{2x}{3}$ b) $\frac{2x-1}{2} - \frac{5x+1}{4} = \frac{1}{5} + 3x$ c) $2x - 2(3x-1) + 4(2x-5) - 10 = 8x$

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado:

a) $4x^2 - 7x - 2 = 0$ b) $(x+7)(x+1) = -5$ c) $(x-1)^2 + \frac{11}{9} = x$ d) $x^2 - 0'5x + 0'06 = 0$

3.- Resuelve las siguientes binomias:

a) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ b) $3x^4 + 8x^2 + 4 = 0$ c) $x^2 = \frac{10x^2}{x^2+3} + 3$

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas:

a) $x^3 - 4x^2 - 7x + 10 = 0$ b) $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6 = 0$ c) $\frac{15}{x^2} = 6x^2 - \frac{81}{4}$

5.- Resuelve las siguientes con radicales:

a) $2 - 3\sqrt{x} = 2x$ b) $\frac{\sqrt{x-1}}{2} + 7x = 36$ c) $\frac{\sqrt{2x-1}}{4} = \frac{3}{\sqrt{2x-1}}$ d) $\sqrt{\frac{x}{4}} = 9$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones racionales:

a) $x+3 = -\frac{2}{x}$ b) $\frac{x+1}{2x} = \frac{x^2-1}{x-1}$ c) $2x - \frac{12}{2-x} = 7 + \frac{11x+11}{9}$ d) $\frac{8x+2}{x-6} = \frac{x^2-2x+3}{x-2}$

7.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones 2x2:

a) $\begin{cases} x+2y=4 \\ x-y=-1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = \frac{x+1}{2} + 3 \\ y = 2x+10 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x+3(2x+y) = -1 \\ \frac{x}{2} + 3y = 14 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2(2x+y) - 3(3x-2y) = -34 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2 \end{cases}$

8.- Resuelve los siguientes sistemas no lineales:

a) $\begin{cases} x^2 + 2x - 3 = y \\ y - x = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3xy - 2x^2 = -26 \\ 4x + 5y = -7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{3}{y+1} = -1 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y+1} = \frac{3}{2} \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 - 2(x-y)^2 = 36 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5 \end{cases}$

9.- Resuelve los sistemas 3x3:

a) $\begin{cases} x+2y+z=2 \\ x-2y-5z=4 \\ x-y-z=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+y-z=-6 \\ 3x-y-6z=24 \\ 2x+y+z=6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x+2y-3z=1 \\ x+3y+3z=7 \\ x-y-6z=0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x+y=7 \\ -7x+2z=-14 \\ -3x+2y+2z=0 \end{cases}$

10.- Al dividir 2 números que suman 147 se obtiene 5 de cociente y 9 de resto. ¿Cuáles son esos números?

11.- Un padre tiene cuatro veces la edad de su hija. Dentro de cinco años sólo tendrá tres veces la edad de ella. ¿Cuáles son las edades actuales del padre y de la hija?

12.- Se han pagado 400 euros con 32 billetes, unos de 20 y otros de 5. ¿Cuántos billetes de cada cantidad se entregaron?

13.- El perímetro de un solar de forma rectangular mide 46 m y la diagonal, 17 m. Calcule las dimensiones.

14.- Halle un número sabiendo que restándole su inverso se obtiene $\frac{4}{8}$.

1.- a) $3x + 6x = 1 - 4x$; $x = 1/13$ b) $20x - 10 - 25x - 5 = 4 + 60x$, $20x - 25x - 60x = 4 + 10 + 5$; $x = -19/65$

c) $2x - 6x + 2 + 8x - 20 - 10 = 8x$; $-4x = 28$; $x = -7$

2.- a) $x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 32}}{8} = \frac{7 \pm 9}{8}$ $x = 2$, $x = -1/4$ b) $(x+7)(x+1) = -5$; $x^2 + 8x + 7 = -5$; $x^2 + 8x + 12 = 0$; $x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 48}}{2}$; $x = \frac{-8 \pm 4}{2}$; $x = -2$, $x = -6$

c) $x^2 - 2x + 1 + \frac{11}{9} = x$; $9x^2 - 18x + 9 + 11 = 9x$; $9x^2 - 27x + 20 = 0$; $x = \frac{27 \pm \sqrt{729 - 720}}{18} = \frac{27 \pm 3}{18}$ $x = 30/18 = 5/3$, $x = 24/18 = 4/3$

d) $100x^2 - 50x + 6 = 0$
 $50x^2 - 25x + 3 = 0$

$x = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 600}}{100} = \frac{25 \pm 5}{100}$ $\begin{cases} 0.3 \\ 0.2 \end{cases}$

3.- a) $x^2 = y$; $y^2 - 4y + 3 = 0$; $y = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$ $\begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases}$ $x = \pm \sqrt{3}$, $x = \pm 1$ 4 sol.

b) $3x^4 + 8x^2 + 4 = 0$; $y = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 48}}{6} = \frac{-8 \pm 4}{6}$ $x = -2$ \Rightarrow "SIN SOLUTION"
 $x = -2/3$

c) $x^2 = \frac{10x^2}{x^2 + 3} + 3$; $x^4 + 3x^2 = 10x^2 + 3x^2 + 9$; $x^4 - 10x^2 - 9 = 0$; $y = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 36}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{136}}{2}$

$x = \pm \sqrt{\frac{10 + \sqrt{136}}{2}}$ \rightarrow 2 solutions

4) a) $x^3 - 4x^2 - 7x + 10 = 0$ $\begin{cases} x=1 \\ x=5 \\ x=-2 \end{cases}$

	1	-4	-7	10
1		1	-3	-10
5		1	-3	-10
		5	10	0
-2		1	2	0
			-2	
		1	0	

b) $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6 = 0$ $\begin{cases} x=1 \text{ (double)} \\ x=3 \\ x=-2 \end{cases}$

	1	-3	-3	11	-6
1		1	-2	-5	6
		1	-2	-5	6
1		1	-1	-6	0
3		1	-1	-6	0
		3	6		
-2		1	2	0	
			-2		
		1	0		

c) $60 = 24x^4 - 81x^2$
 $24x^4 - 81x^2 - 60 = 0$
 $y = \frac{81 \pm \sqrt{6561 + 5760}}{48} = \frac{81 \pm 111}{48}$

$x = \pm \sqrt{4} = \pm 2$

5) a) $2 - 2x = 3\sqrt{x}$
 $4 - 8x + 4x^2 = 9x$; $4x^2 - 17x + 4 = 0$; $x = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{8} = \frac{17 \pm 15}{8}$ \rightarrow $2/8 = 1/4$
 HL: $x = 1/4$

b) $\frac{\sqrt{x-1}}{2} + 7x = 36$; $\sqrt{x-1} = 72 - 14x$
 $x-1 = 5184 - 2016x + 196x^2$; $196x^2 - 2017x + 5185 = 0$; $x = \frac{2017 \pm \sqrt{4068289 - 4065040}}{392}$
 $x = \frac{2017 \pm 57}{392}$ \rightarrow $\frac{2074}{392} = \frac{1037}{196}$ \rightarrow $\frac{1960}{392} = 5$ \rightarrow SOL

c) $2x-1=12$; $x=6.5$; $\sqrt{\frac{12}{4}} = \frac{3}{\sqrt{12}}$ d) $\frac{x}{4} = 81$; $x = 324$

6) c) $x^2+3x=-2$; $x^2+3x+2=0$; $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$ $\left\{ \begin{matrix} -1 \\ -2 \end{matrix} \right.$

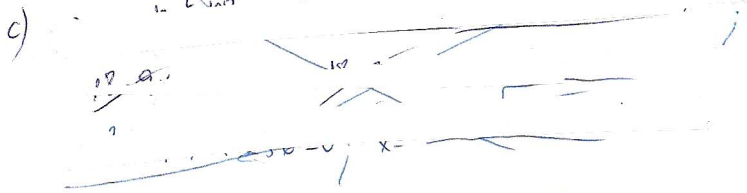
b) $\frac{x+1}{2x} = \frac{x^2-1}{x-1} \Rightarrow (x+1)(x-1) = 2x(x^2-1)$; $x^2-1 = 2x^3-2x$; $2x^3-x^2-2x+1=0$

pol: $x=1 \rightarrow$ no (anok d $2 = \text{div}$)

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & -1 & -2 & 1 \\ & & 2 & 1 & -1 \\ \hline & 2 & 1 & -1 & 0 \end{array} \rightarrow 2x^2+x+1=0 \left\{ \begin{matrix} \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{-1 \pm 3}{4} \left\{ \begin{matrix} 1/2 \\ -1 \end{matrix} \right. \end{matrix} \right.$$

$x = 1/2 \rightarrow \frac{1/5}{1} = \frac{0.25-1}{0.05-1} = \frac{-0.75}{-0.95}$

$x = -1$



c) $\frac{2x(2-x)-12}{2-x} = \frac{63+11x+11}{9}$; $\frac{4x-2x^2-12}{2-x} = \frac{74+11x}{9}$; $36x-18x^2-108 = 148+22x-74x-11x^2$

$-18x^2+11x^2+36x-22x+74x-108-148=0$
 $-7x^2+88x-256=0$; $x = \frac{-88 \pm \sqrt{7744-7168}}{-14} = \frac{-88 \pm 24}{-14}$ $\left\{ \begin{matrix} \frac{-64}{-14} = \frac{32}{7} \\ \frac{-112}{-14} = 8 \end{matrix} \right.$

d) $(8x+2)(x-2) = (x^2-2x+3)(x-6)$; $8x^2-16x+2x-4 = x^3-6x^2-2x^2+12x+3x-18$
 $x^3-6x^2-2x^2-8x^2+12x+3x+16x-2x-18+4=0$

$x^3-16x^2+29x-14=0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -16 & 29 & -14 \\ & & 1 & -15 & 14 \\ \hline & 1 & -15 & 14 & 0 \end{array}$$

$x = \frac{15 \pm \sqrt{15^2-4 \cdot 14}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{225-56}}{2} = \frac{15 \pm 13}{2}$ $\left\{ \begin{matrix} 14 \\ 1 \end{matrix} \right.$

7) a) $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{\pi_1-\pi_2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \end{array} \right)$ $y = \frac{5}{3}$; $x = y-3$; $x = \frac{5}{3}-3 = -\frac{4}{3}$

b) $\begin{cases} x-2y = -7 \\ 2x-y = -10 \end{cases} \xrightarrow{x-2} \begin{cases} -2x+4y = 14 \\ 2x-y = -10 \end{cases}$
 $3y = 4$ $y = \frac{4}{3}$

$\begin{cases} x-2y = -7 \\ -4x+2y = 20 \end{cases} \rightarrow -3x = 13$ $x = -\frac{13}{3}$

e) $\begin{cases} 2x+6x+3y = -1 \\ x+6y = 28 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x+3y = -1 \\ x+6y = 28 \end{cases}$

$x(-2) \rightarrow \begin{cases} -16x-6y = 2 \\ x+6y = 28 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} -15x = 30 \\ x = -2 \end{matrix}$ $y = 5$

d) $\begin{cases} 4x+2y-7x+6y = -34 \\ 3x-2y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3x+8y = -34 \\ 3x-2y = 12 \end{cases}$

$\begin{cases} -5x+8y = -34 \\ 3x-2y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -5x+8y = -34 \\ 12x-8y = 48 \\ 7x = 14 \end{cases}$ $x = 2$ $y = -3$

8) a) $\begin{cases} x^2 + 2x - 3 = y \\ y - x = 3 \rightarrow y = 3 + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 3 = 3 + x \\ x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \end{cases}$
 $x = 2 \rightarrow y = 3 + 2 = 5$
 $x = -3 \rightarrow y = 0$
Sol $\begin{pmatrix} 2, 5 \\ -3, 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{cases} 3xy - 2x^2 = -26 \\ 4x + 5y = -7 \rightarrow x = \frac{-7-5y}{4} \Rightarrow \text{mejor sustituir } y = \frac{-7-4x}{5} \Rightarrow \text{sustituyo en 1.} \end{cases}$
 $3x \cdot \frac{(-7-4x)}{5} - 2x^2 = -26; \quad \frac{-21x - 12x^2}{5} - 2x^2 = -26; \quad -21x - 12x^2 - 10x^2 = -130$
 $22x^2 + 21x - 130 = 0 \rightarrow x = \frac{-21 \pm \sqrt{441 + 11440}}{44} = \frac{-21 \pm 109}{44} \rightarrow x = \frac{-130}{44} = -\frac{65}{22}$
 $x = -\frac{65}{22} \rightarrow y = \frac{-7 - 4(-\frac{65}{22})}{5} = \frac{-154 + 260}{110} = \frac{106}{110} = \frac{53}{55}$
 $x = 2 \rightarrow y = \frac{-7-8}{5} = -3$
Sol $\begin{pmatrix} -65/22, 53/55 \\ 2, -3 \end{pmatrix}$

c) $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{3}{y+1} = -1 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y+1} = 3/2 \end{cases} \xrightarrow{x-2} \begin{cases} -\frac{2}{x} + \frac{6}{y+1} = 2 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y+1} = 3/2 \end{cases} \Rightarrow \frac{7}{y+1} = 2 + 3/2; \quad \frac{7}{y+1} = \frac{7}{2}; \quad 14 = 7y + 7; \quad y = 1$
 $y = 1 \rightarrow \frac{2}{x} + \frac{1}{2} = 3/2; \quad \frac{2}{x} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1; \quad x = 2$
Sol $(2, 1)$

d) $\begin{cases} x^2 - 2(x-y)^2 = 36 \rightarrow x^2 - 2(x^2 - 2xy + y^2) = 36 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5 \rightarrow \frac{3x+2y}{6} = \frac{30}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x^2 + 4xy - 2y^2 = 36 \\ 3x+2y = 30 \rightarrow y = \frac{30-3x}{2} \end{cases}$
 $-x^2 + 4x \cdot \frac{30-3x}{2} - 2 \left(\frac{30-3x}{2} \right)^2 = 36; \quad -x^2 + \frac{4(30x-3x^2)}{2} - 2 \left(\frac{900-180x+9x^2}{4} \right) = 36$
 $-x^2 + 60x - 6x^2 - \frac{900-180x+9x^2}{2} = 36; \quad -2x^2 + 120x - 12x^2 - 900 + 180x - 9x^2 = 72$
 $-23x^2 + 300x - 972 = 0; \quad x = \frac{-300 \pm \sqrt{300^2 - 4(-23)(-972)}}{2(-23)} = \frac{-300 \pm 24}{-46} \rightarrow \begin{cases} \frac{-324}{-46} = \frac{162}{23} \\ \frac{-276}{-46} = 6 \end{cases}$
 $x = \frac{162}{23} \rightarrow y = \frac{30 - 3 \cdot \frac{162}{23}}{2} = \frac{204}{46} = \frac{102}{23}$
 $x = 6 \rightarrow y = \frac{30-18}{2} = 6$
Sol $\begin{pmatrix} 102/23, 162/23 \\ 6, 6 \end{pmatrix}$

9) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -5 & 4 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1 - F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 6 & -2 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1 - F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 6 & -2 \\ 0 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{-3F_2 + 4F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & -10 & 14 \end{pmatrix}$
 $-10z = 14; \quad z = -1.4$
 $4y - 8.4 = -2; \quad 4y - 8.4 = -2; \quad y = \frac{6.4}{4} = 1.6$
 $x + 2(-1.6) + (-1.4) = 2; \quad x = 2 + 1.4 - 3.2 = 0.2$
Sol $(0.2, 1.6, -1.4)$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -6 \\ 3 & -1 & -6 & 24 \\ 2 & 1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{-3F_1 + 2F_2} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -6 \\ 0 & -5 & -9 & 66 \\ 2 & 1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1 - F_3} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -6 \\ 0 & -5 & -9 & 66 \\ 0 & 0 & -2 & -12 \end{pmatrix}$
 $z = \frac{-12}{-2} = 6$
 $-5y - 54 = 66; \quad -5y = 120; \quad y = \frac{120}{-5} = -24$
 $2x - 24 - 6 = -6; \quad 2x = 24; \quad x = 12$
Sol $(12, -24, 6)$

9 c) $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 7 \\ 1 & -1 & -6 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{-2F_2+F_1, -2F_3+F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -4 & -9 & -13 \\ 0 & 4 & 9 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2+F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -4 & -9 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & -12 \end{array} \right) \rightarrow \text{Incompatible}$

d) $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 0 & 7 \\ -7 & 0 & 2 & -14 \\ -3 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{7F_1+2F_2, 3F_1+2F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 7 & 4 & 21 \\ 0 & 7 & 4 & 21 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2-F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 7 & 4 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \text{Compatible indeterminada}$

$7y + 4z = 21$; $y = \frac{21-4z}{7}$
 $2x + \frac{21-4z}{7} = 7$; $14x + 21 - 4z = 49$; $14x = 49 - 21 + 4z$
 $14x = 28 + 4z \rightarrow 7x = 14 + 2z$; $x = \frac{14+2z}{7}$

Sol: $\left(\frac{14+2z}{7}, \frac{21-4z}{7}, z \right)$ si $z=0 \rightarrow x=2, y=3 \rightarrow (2, 3, 0)$

10) $x = 1^2 n^2$ (Dividendo)
 $y = 2^2 n^2$ (divisor)
 $x+y=147$
 $x \cdot y = 5$ $\Rightarrow x = 5y + 9$ $\left\{ \begin{array}{l} x+y=147 \\ x=5y+9 \end{array} \right. \rightarrow 5y+9+y=147$
 $6y = 138$; $y = \frac{138}{6} = 23$
 $x = 147 - 23 = 124$

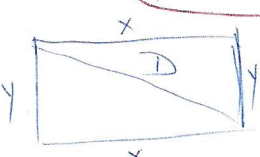
Sol: 23 y 124

11) $x = \text{edad actual padre}$
 $y = \text{edad actual hijo}$
 $x = 4y$
 $x+5 = 3(y+5)$ $\rightarrow 4y+5 = 3y+15$; $4y-3y = 15-5$; $y = 10$
 $x = 4 \cdot 10 = 40$

Sol: Padre 40 años, hijo 10 años

12) $x = \text{billetes de 20€}$
 $y = \text{billetes de 5€}$
 $x+y=32$
 $20x+5y=400$
 $\xrightarrow{x=32-y} -20(32-y)-20y = -640$
 $20x+5y = 400$
 $-15y = -240$
 $y = \frac{-240}{-15} = 16$

Sol: 16 de 20€ y 16 de 5€

13) 
 $P = 2x+2y = 46 \rightarrow x+y=23$
 $\text{Pitagoras} \Rightarrow D^2 = x^2 + y^2$; $17^2 = x^2 + y^2$
 $\left\{ \begin{array}{l} x+y=23 \rightarrow x=23-y \\ x^2+y^2=289 \\ (23-y)^2+y^2=289 \end{array} \right.$

$529 - 46y + y^2 + y^2 = 289$; $2y^2 - 46y + 240 = 0 \rightarrow y^2 - 23y + 120 = 0$

$y = \frac{23 \pm \sqrt{23^2 - 4 \cdot 120}}{2} = \frac{23 \pm 7}{2}$ $\rightarrow 15$ and 8

Sol: las dimensiones son 8 y 15 m

14) $x = n^2$ buscado
 $x - \frac{1}{x} = 4/8 \Rightarrow x^2 - 1 = 4/8 x \xrightarrow{\cdot 10} 10x^2 - 10 = 48x$; $10x^2 - 48x - 10 = 0$
 $x = \frac{48 \pm \sqrt{48^2 - 4(10)(-10)}}{2 \cdot 10} = \frac{48 \pm 52}{20} = \frac{100}{20} = 5$ or $\frac{-4}{20} = -0.2$

Sol: El n° buscado puede ser el 5 o el -0.2