

N^{os} REALES.

1. Indica en una tabla, a qué conjuntos numéricos pertenecen los números siguientes:
 $-5, \frac{\pi^2}{2}, 25^{\frac{1}{4}}, \sqrt{23}, \frac{2}{7}, 1, -\sqrt{\frac{1}{4}}, -\frac{5}{3}, \sqrt{-4}, \sqrt[5]{2}$
2. Realiza las siguientes operaciones: a) $-2 \cdot (3-2 \cdot 6) - (10-3) \cdot (5-2 \cdot 3) =$ b) $\frac{2}{5} - (1 - \frac{3}{4}) \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{4} : \frac{5}{2} - \frac{1}{3} =$
c) $\frac{2^3 - 3 \cdot 2^2}{2^0 + 2^1 + 2^2} =$
3. A) Expresa como decimal: $\frac{23}{25}, \frac{22}{12}$ B) Expresa como fracción: $45, 45^{\frac{1}{5}}, 45^{\frac{1}{5}}, 45^{\frac{1}{15}}$
4. Indica cuáles son racionales y cuáles irracionales: a) $1'23444\dots$ b) $1'232323\dots$ c) $2 - \sqrt{49}$
d) $1 + \sqrt{2}$ e) -3 f) $-\sqrt{2 + \sqrt{4}}$
5. Da las aproximaciones por defecto y por exceso, redondea y trunca los siguientes números con dos, tres y cuatro cifras decimales.
a) $\frac{12}{7}$ b) $\sqrt{1 + \sqrt{2}}$ c) $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
6. Calcula los Errores Absoluto y relativo (%) cometidos al tomar como valor de $\frac{120}{11}$ la aproximación $10'91$.
7. Realiza las siguientes operaciones: a) $2^2 + (-2)^3 - 2^{-2} + (-2)^{-3} - 2^0 =$ b) $16^{\frac{1}{4}} + 27^{\frac{1}{3}} - 25^{\frac{1}{2}} =$
c) $(\frac{2}{5})^3 - (\frac{1}{5})^{-2} \cdot 5^{-1}$ d) $(3^{\frac{1}{2}})^4$ e) $3^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}$ f) Simplifica: $\frac{12^{15} \cdot 18^{-8}}{16^5 \cdot 9^{-6}}$
8. Opera y simplifica: a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{27} =$ b) $\sqrt[3]{512} : \sqrt[3]{200}$ c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[5]{392}$ d) $\sqrt[4]{2187} : \sqrt{108}$
e) $(\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{8}) : \sqrt[3]{4}$ f) $(\sqrt{12} : \sqrt[3]{32}) \cdot \sqrt{2} =$
9. Opera y simplifica: a) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{8}}$ b) $(\sqrt[3]{64})^2$ c) $\frac{\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}{\sqrt{2\sqrt{2}}}$ d) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[6]{8}}$ e) $(\sqrt{3\sqrt{3}})^6$
10. Extrae de la raíz todo lo posible: a) $\sqrt{28 \cdot 3^5 \cdot 5^7}$ b) $\sqrt[5]{2^6 \cdot 3^{12}}$
11. Introduce dentro de la raíz todo lo posible y simplifica: a) $2^3 \cdot 3^5 \sqrt{2^7}$ b) $3^5 \cdot 7 \sqrt[4]{3 \cdot 7^2}$ c) $\frac{2^3 \cdot 3^4}{5} \sqrt[3]{\frac{5^{11} \cdot 2}{3^{10}}}$
12. Realiza los siguientes sumas y restas: a) $\sqrt[3]{24} - \sqrt{2} - 6\sqrt{3} + \sqrt{32}$ b) $\sqrt{50} - \sqrt{\frac{18}{4}} + \sqrt{\frac{72}{25}}$
13. Racionaliza: a) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ b) $\frac{3}{\sqrt[3]{3^4}}$ c) $\frac{2}{1 + \sqrt{3}}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{7\sqrt{3}}$ e) $\frac{\sqrt[3]{2}}{4\sqrt[3]{4}}$ f) $\frac{3 - 2\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}}$
14. Expresa gráficamente y mediante intervalos las siguientes desigualdades:
a) $-2 \leq x$ b) $1 < x \leq 3$ c) $|x - 1| \leq 2$
15. Expresa en notación científica: a) -12000000 b) $0'00000084$ c) $3456 \cdot 10^{-5}$ d) $-0'0004 \cdot 10^3$
16. Opera, expresando el resultado en notación científica:
a) $0'00025 \cdot 0'0032$ b) $0'0025 : 12500000$ c) $2^4 \cdot 10^{21} + 33^2 \cdot 10^{22}$ d) $-1^7 \cdot 10^{-8} \cdot 3^4 \cdot 10^5$
17. La longitud media de un paramecio es de $2 \cdot 10^{-4}$ m. Un cultivo de 250 cm^3 contiene 6000 paramecios por cm^3 . ¿Qué longitud en Km se alcanzaría si se pudieran poner todos los paramecios en línea recta?
18. La unidad central de un ordenador cuesta $\frac{3}{5}$ del precio total, el monitor $\frac{2}{3}$ del resto y los demás componentes cuestan 90 €. ¿Cuánto cuesta el ordenador?
19. Halla el valor de x: a) $\log_2 x = 4$ b) $\log_3 81 = x$ c) $3 \cdot 2^x = 12$ d) $3 \cdot 2^x = 13$

RESOLUCIÓN REALES

| 1) Numero | N | Z | Q | I | R | Tipo |
|--------------------|----|----|----|----|----|-----------------|
| -5 | NO | SI | SI | NO | SI | Entero negativo |
| $\frac{\pi^2}{2}$ | NO | NO | NO | SI | SI | Irracional |
| $25^{\frac{1}{4}}$ | NO | NO | SI | NO | SI | Decimal exacto |
| $\sqrt{23}$ | NO | NO | NO | SI | SI | Irracional |
| $\frac{7}{7}$ | NO | NO | SI | NO | SI | Periódico Puro |
| 1 | SI | SI | SI | NO | SI | Natural |
| $-\sqrt[4]{4}$ | NO | NO | SI | NO | SI | Decimal exacto |
| $-5/3$ | NO | NO | SI | NO | SI | Periódico Puro |
| $\sqrt{-4}$ | NO | NO | NO | NO | NO | Complejo |
| $\sqrt[5]{2}$ | NO | NO | NO | SI | SI | Irracional |

2) a) $-2 \cdot (3-2 \cdot 6) - (10-3) \cdot (5-2 \cdot 3) = -2 \cdot (-9) - 7 \cdot (-1) = 18 + 7 = \boxed{25}$

$3-2 \cdot 6 = 3-12 = -9 \quad / \quad 10-3 = 7 \quad / \quad 5-2 \cdot 3 = 5-6 = -1$

b) $\frac{2}{5} - (1 - \frac{3}{4}) \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{4} : \frac{5}{2} - \frac{1}{3} = \frac{2}{5} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{4} : \frac{5}{2} - \frac{1}{3} = \frac{2}{5} - \frac{1}{12} + \frac{6}{20} - \frac{1}{3} = \frac{24-5+18-20}{60} = \frac{42-25}{60} = \frac{17}{60}$

$1 - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$

c) $\frac{2^3 - 3 \cdot 2^2}{2^0 + 2^1 + 2^2} = \frac{8 - 3 \cdot 4}{1 + 2 + 4} = \frac{-4}{7}$

3) A) $\frac{25}{25} = \boxed{0'92}$, $\frac{22}{12} = \boxed{1'83}$ B) $45 = \boxed{\frac{90}{2}}$, $45^5 = \frac{45^5 - 45}{9} = \boxed{\frac{410}{9}}$, $45^5 = \frac{45^5}{10} = \boxed{\frac{91}{2}}$, $45^5 = \frac{45^5 - 45}{90}$
 $= \frac{4064}{90} = \boxed{\frac{2032}{45}}$

4) a) $1'23444... = 1'23\bar{4}$ (P. mixto \Rightarrow Q) b) $1'232323... = 1'\bar{23}$ (P. Puro \Rightarrow Q) c) $2 - \sqrt{49} = 2 - 7 = -5$ (Entero \Rightarrow Q)

d) $1 + \sqrt{2} = 2'414213... \in \mathbb{I}$ e) -3 (Entero \Rightarrow Q) f) $-\sqrt{2+\sqrt{4}} = -\sqrt{2+2} = -\sqrt{4} = -2$ (Entero \Rightarrow Q).

| 5) Número | Aprox. Defecto Centésimas | Aprox. Def. Milésimas | Aprox. Def. Diezmilésimas | Aprox. Exceso Cent. | Aprox. Ex. Mil. | Aprox. Ex. DMil. |
|-------------------------------------|---------------------------|-----------------------|---------------------------|---------------------|-----------------|-------------------|
| $\frac{12}{7} = 1'71428...$ | 1'71 | 1'714 | 1'7142 | 1'72 | 1'715 | 1'7143 |
| $\sqrt{1+\sqrt{2}} = 1'55377...$ | 1'55 | 1'553 | 1'5537 | 1'56 | 1'554 | 1'5538 |
| $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1'61803...$ | 1'61 | 1'618 | 1'6180 | 1'62 | 1'619 | 1'6181 |
| 1'71428... | Truncamiento Centés. | Trunc. Milésim. | Trunc. Diezmil. | Redondeo Cent. | Redondeo Mil. | Redondeo Diezmil. |
| 1'71428... | 1'71 | 1'714 | 1'7142 | 1'71 | 1'714 | 1'7143 |
| 1'55377... | 1'55 | 1'553 | 1'5537 | 1'55 | 1'554 | 1'5538 |
| 1'61803... | 1'61 | 1'618 | 1'6180 | 1'62 | 1'618 | 1'6180 |

6) $E = \left| \frac{120}{11} - 10'91 \right| = \left| \frac{120}{11} - \frac{1091}{100} \right| = \left| \frac{12000 - 12001}{1100} \right| = \frac{1}{1100} = 9'09 \cdot 10^{-4}$ $E_r = \frac{1/1100}{120/11} \cdot 100 = \frac{100}{1100 \cdot 120} = \frac{1}{120} \% = 8'3 \cdot 10^{-3} \%$

7) a) $2^2 + (-2)^3 - 2^{-2} + (-2)^{-3} - 2^0 = 4 - 8 - \frac{1}{4} + \frac{1}{-8} - 1 = -5 - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{-40 - 2 - 1}{8} = \frac{-43}{8}$

b) $\sqrt[4]{16} + \sqrt[3]{27} - \sqrt{25} = \sqrt[4]{2^4} + \sqrt[3]{3^3} - \sqrt{5^2} = 2 + 3 - 5 = 0$

c) $(\frac{2}{5})^3 - (\frac{1}{5})^{-2} \cdot 5^{-1} = \frac{8}{125} - 5^2 \cdot 5^{-1} = \frac{8}{125} - 5 = \frac{8 - 625}{125} = \frac{-617}{125}$ d) $(3^{1/2})^4 = 3^{1/2 \cdot 4} = 3^2 = 9$

e) $3^{1/3} \cdot 5^{1/3} = 15^{1/3} = \sqrt[3]{15}$ f) $\frac{12^{15} \cdot 18^{-8}}{16^5 \cdot 9^{-6}} = \frac{(2^2 \cdot 3)^{15} \cdot (2 \cdot 3^2)^{-8}}{(2^4)^5 \cdot (3^2)^{-6}} = \frac{2^{30} \cdot 3^{15} \cdot 2^{-8} \cdot 3^{-16}}{2^{20} \cdot 3^{-12}} = \frac{2^{22} \cdot 3^{-1}}{2^{20} \cdot 3^{-12}} = 2^2 \cdot 3^{11}$

8) a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{8 \cdot 27} = \sqrt{2^3 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3 \sqrt{2 \cdot 3} = 6\sqrt{6}$ b) $\sqrt[3]{512} : \sqrt[3]{200} = \sqrt[3]{\frac{2^9}{2^3 \cdot 5^2}} = \sqrt[3]{\frac{2^6}{5^2}} = 2 \sqrt[3]{\frac{1}{5^2}} = 4 \sqrt[3]{\frac{1}{25}}$

9) a) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[5]{392} = \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^3 \cdot 7^2} = \sqrt[15]{2^{10} \cdot 2^9 \cdot 7^6} = \sqrt[15]{2^{19} \cdot 7^6} = 2 \sqrt[15]{2^4 \cdot 7^6}$ d) $\sqrt[4]{2187} : \sqrt[10]{8} = \sqrt[4]{3^7} : \sqrt[10]{2^3} = \sqrt[20]{3^{35} \cdot 2^{-6}} = \sqrt[20]{\frac{3^{35}}{2^6}}$

e) $(\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2^3}) : \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[12]{2^6 \cdot 2^9} = \sqrt[12]{2^{15}} = \sqrt[4]{2^5}$ f) $(\sqrt{2} \cdot 3 : \sqrt[3]{2^5}) \cdot \sqrt{2} = \sqrt[6]{\frac{2^6 \cdot 3^3 \cdot 2}{2^{10}}} = \sqrt[6]{2^{-3} \cdot 3^3} = \sqrt[6]{\frac{27}{8}}$

$\sqrt{2 \cdot 3}$

9) a) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{8}} = \sqrt[2^3]{2^3} = \sqrt[4]{2}$ b) $(\sqrt[3]{\sqrt[2]{2^6}})^2 = (\sqrt[6]{2^6})^2 = 2^2 = 4$ c) $\frac{\sqrt[16]{2 \cdot 2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^8}}{\sqrt[4]{2 \cdot 2^2}} = \sqrt[16]{\frac{2^{15}}{2^{12}}} = \sqrt[16]{2^3} = \sqrt[4]{2^3}$

d) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[6]{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{2^3 \cdot 2^4}{2^3}} = \sqrt[6]{2^4} = \sqrt[3]{2^2}$ e) $(\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}})^6 = (\sqrt[9]{3^3})^6 = \sqrt[3]{3^{18}} = 3^6 = 729$

10) a) $\sqrt[5]{2^8 \cdot 3^5 \cdot 5^7} = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \sqrt[5]{3 \cdot 5}$ b) $\sqrt[5]{2^{-6} \cdot 3^{12}} = 2^{-1} \cdot 3^2 \cdot \sqrt[5]{2^{-1} \cdot 3^2} = \frac{9}{2} \sqrt[5]{\frac{9}{2}}$

11. a) $2^3 \cdot 3^5 \cdot \sqrt{2^7} = \sqrt{2^6 \cdot 2^7 \cdot 3^{10}} = \sqrt{2^{13} \cdot 3^{10}}$ b) $3^5 \cdot 7 \sqrt[4]{3 \cdot 7^2} = \sqrt[4]{3^{20} \cdot 7^4 \cdot 3 \cdot 7^2} = \sqrt[4]{3^{21} \cdot 7^6}$

c) $\frac{2^3 \cdot 3^4}{5} \sqrt[3]{\frac{5^{11} \cdot 2}{3^{10}}} = \sqrt[3]{\frac{2^6 \cdot 3^8 \cdot 5^{11} \cdot 2}{5^2 \cdot 3^{10}}} = \sqrt[3]{\frac{2^7 \cdot 5^9}{3^2}}$

12. a) $\sqrt[3]{24} - \sqrt{2} - 6\sqrt{3} + \sqrt{32} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} - \sqrt{2} - 6\sqrt{3} + \sqrt{2^5} = 2\sqrt{3} - \sqrt{2} - 6\sqrt{3} + 4\sqrt{2} = -4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$

b) $\sqrt{50} - \sqrt{\frac{18}{4}} + \sqrt{\frac{72}{25}} = \sqrt{5^2 \cdot 2} - \sqrt{\frac{3^2 \cdot 2}{2^2}} + \sqrt{\frac{2^3 \cdot 3^2}{5^2}} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{2 \cdot 3}{5} \sqrt{2} = 5\sqrt{2} - 3\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{6}{5}\sqrt{2} = \frac{50\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 12\sqrt{2}}{10} = \frac{47\sqrt{2}}{10}$

13. a) $\frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$ b) $\frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{3}{\sqrt{34}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{102}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{34}}$ c) $\frac{2}{1+\sqrt{3}} = \frac{2(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})} = \frac{2-2\sqrt{3}}{1-3} = \frac{2-2\sqrt{3}}{-2} = \frac{2(1-\sqrt{3})}{-2} = -1+\sqrt{3}$

d) $\frac{\sqrt{2}}{7\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{7\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{7 \cdot 3} = \frac{\sqrt{6}}{21}$

e) $\frac{\sqrt[3]{2}}{4\sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}}{4 \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{2^2}}{4 \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{8}$ f) $\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = \frac{(3-2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \frac{(3-2\sqrt{2})^2}{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2}{3^2 - 2^2 \cdot (\sqrt{2})^2} = \frac{9 - 12\sqrt{2} + 8}{9 - 8} = 17 - 12\sqrt{2}$

14. a) $\frac{-2}{9-8} = 17 - 12\sqrt{2}$

b) $\frac{1}{\sqrt{34}}$ c) $|x-1| \leq 2$
 $x \in (1, 3]$
 $x-1 = -2 \rightarrow x = -1$

$x-1=2 \rightarrow x=3$
 $x \in [-1, 3]$

15. a) $-1 \cdot 10^7$ b) $8 \cdot 10^{-7}$ c) $3^4 5^6 \cdot 10^3 \cdot 10^{-5} = 3^4 5^6 \cdot 10^{-2}$ d) $-4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 = -4 \cdot 10^{-1}$

16. a) $2^5 \cdot 10^{-4} \cdot 3^2 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-7}$ b) $2^5 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-10}$ c) $2^4 \cdot 10^{21} + 332 \cdot 10^{21} = 334 \cdot 10^{21} = 3^3 4 \cdot 10^{23}$

d) $(-1^7 \cdot 3^4) \cdot 10^{-8} \cdot 10^5 = -5^7 8 \cdot 10^{-3}$

17) $250 \cdot 6000 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3} = 0.3 \text{ km} = 3 \cdot 10^{-1} \text{ km}$ 18) $\frac{3}{5}x + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}x + 90 = x$; $\frac{9x + 4x}{15} + \frac{1350}{15} = \frac{15x}{15}$
 $x = 675$

19) a) 16 b) 4 c) 2 d) 2/115477...

$x = 675$