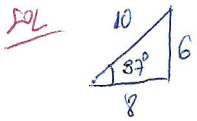


## EJERCICIOS RESUELTOS TRIGONOMETRIA

1.- Si  $\sin 37^\circ = 0.6$ , calcule las restantes razones trigonométricas.



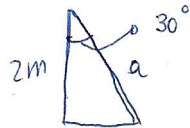
$$\sin 37^\circ = \frac{cc}{a} = 0.6 = \frac{6}{10} \rightarrow cc = \sqrt{a^2 - co^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\cos 37^\circ = \frac{8}{10} = 0.8 \quad \text{Otra forma} \Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0.6^2} = \sqrt{1 - 0.36} = \sqrt{0.64} = 0.8$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{co}{cc} = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} = \frac{0.6}{0.8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad \sec 37^\circ = \frac{1}{\operatorname{cos} \alpha} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\hookrightarrow \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{4}{3}$$

2.- Un carpintero quiere construir una escalera de tijera cuyos brazos, una vez abiertos, formen un ángulo de  $60^\circ$ . Para que la altura de la escalera una vez abierta sea de 2m. ¿Qué longitud deberá tener cada brazo?



$$\cos 30^\circ = \frac{2}{a}; \quad a = \frac{2}{\cos 30^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}/2} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} = 2.31 \text{ m}$$

3.- Calcular el seno y el coseno de un ángulo cuya tangente vale 0.7 ( $0 < \alpha < 90^\circ$ )

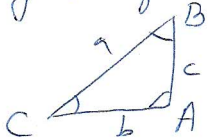
SOL  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{co}{cc} = 0.7 = \frac{7}{10}$ ; Pitágoras  $\Rightarrow a = \sqrt{7^2 + 10^2} = 12.21$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{7}{12.21} = 0.57 \quad \operatorname{cos} \alpha = \frac{10}{12.21} = 0.82 \quad \alpha = \operatorname{arctg} 0.7 = 34^\circ 59' 31.27''$$

Otra forma  $\rightarrow$  Podríamos empezar al revés. Buscamos el ángulo y de ahí, hallamos el  $\operatorname{sen} \alpha$  y el  $\operatorname{cos} \alpha$ .

$$\alpha = \operatorname{arctg} 0.7 = 34^\circ 59' 31.27'' \rightarrow \operatorname{cos}(34^\circ 59' 31.27'') = 0.82; \quad \operatorname{sen}(34^\circ 59' 31.27'') = 0.57$$

4.- dos catetos de un triángulo rectángulo miden 48 y 71 cm. Halle la hipotenusa y los ángulos agudos.

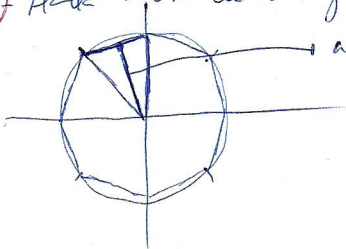


$$a = \sqrt{48^2 + 71^2} = 85.7$$

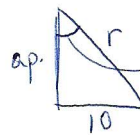
$$\text{si } c = 48 \rightarrow \operatorname{tg} C = \frac{48}{71} \rightarrow C = \operatorname{arctg} \frac{48}{71} = 34^\circ 3' 39.27''$$

$$\text{si } b = 71 \rightarrow \operatorname{tg} B = \frac{71}{48} \rightarrow B = \operatorname{arctg} \frac{71}{48} = 55^\circ 56' 20.73''$$

5.- Halle radio de octógono regular de 20 cm de lado. ¿Cuál es la apotema y cuánto mide?



$$\alpha = \frac{360}{8} = 45^\circ \Rightarrow \text{ap.}$$



$$\operatorname{tg} 22.5^\circ = \frac{10}{\text{ap.}}$$

$$\text{ap.} = \frac{10}{\operatorname{tg} 22.5^\circ} = 24.14 \text{ cm}$$

$$\operatorname{sen} 22.5^\circ = \frac{10}{r}; \quad r = \frac{10}{\operatorname{sen} 22.5^\circ} = 26.13 \text{ cm}$$

6.- Hallar la altura de un globo, de tal manera que 2 personas separadas 5m lo ven con ángulos de  $40^\circ$  y  $50^\circ$ .

SOL

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 40^\circ = \frac{h}{5+x} \Rightarrow h = (5+x) \operatorname{tg} 40^\circ \\ \operatorname{tg} 50^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \operatorname{tg} 50^\circ \end{cases}$$

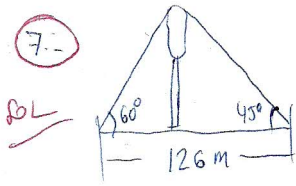
$$(5+x) \operatorname{tg} 40^\circ = x \operatorname{tg} 50^\circ$$

$$5 \operatorname{tg} 40^\circ + x \operatorname{tg} 40^\circ - x \operatorname{tg} 50^\circ = 0$$

$$x (\operatorname{tg} 40^\circ - \operatorname{tg} 50^\circ) = -5 \operatorname{tg} 40^\circ$$

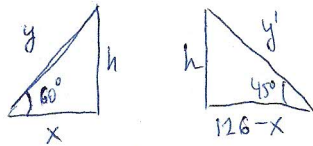
$$x = \frac{-5 \operatorname{tg} 40^\circ}{\operatorname{tg} 40^\circ - \operatorname{tg} 50^\circ} \quad ; \quad h = \frac{-5 \operatorname{tg} 40^\circ \cdot \operatorname{tg} 50^\circ}{(\operatorname{tg} 40^\circ - \operatorname{tg} 50^\circ)} = 14.18 \text{ m}$$

7.-



Un árbol está sujeto por 2 cables. Calcular:

a) Altura árbol b) longitud de los cables c) Ángulo forman los 2 cables.



SOL

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{h}{x} \quad \text{Igual antes}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{h}{126-x} \quad \rightarrow x \operatorname{tg} 60^\circ = (126-x) \operatorname{tg} 45^\circ$$

$$x (\operatorname{tg} 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ) = 126 \operatorname{tg} 45^\circ \quad ; \quad x = \frac{126 \operatorname{tg} 45^\circ}{\operatorname{tg} 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ} = 46.12 \text{ m}$$

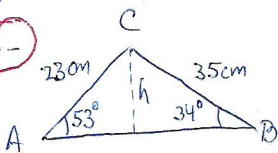
$$h = 46.12 \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 79.88 \text{ m}$$

Por Pitágoras  $\Rightarrow y = \sqrt{79.88^2 + 46.12^2} = 92.24 \text{ m}$

$$y' = \sqrt{79.88^2 + (126 - 46.12)^2} = 112.97 \text{ m}$$

Ángulo  $\Rightarrow 180^\circ - (60 + 45) = 75^\circ$

8.-



Calcular el Área del triángulo ABC

$$h \rightarrow \operatorname{sen} 53^\circ = \frac{h}{23} \quad ; \quad h = 23 \cdot \operatorname{sen} 53^\circ = 18.37 \text{ cm}$$

SOL

$$m \rightarrow \cos 53^\circ = \frac{m}{23} \rightarrow m = 23 \cdot \cos 53^\circ = 13.84 \quad ; \quad n = 35 \cdot \cos 34^\circ = 29.02$$

$$\text{Área} = \frac{(13.84 + 29.02) \cdot 18.37}{2} = 393.67 \text{ cm}^2$$

9.- Sitúa en la circunferencia goniométrica los siguientes ángulos:  $\alpha = 111^\circ$ ,  $\beta = 212^\circ$ ,  $\gamma = 343^\circ$ ,  $\delta = 892^\circ$ ,  $\omega = -632^\circ$ . Indica su ángulo agudo de referencia, e indica el signo de las razones trigonométricas

SOL

a)  $180^\circ - \alpha = 180^\circ - 111^\circ = 69^\circ$   
 $\operatorname{sen} 111^\circ = \operatorname{sen} 69^\circ$   
 $\cos 111^\circ = -\cos 69^\circ$   
 $\operatorname{tg} 111^\circ = -\operatorname{tg} 69^\circ$

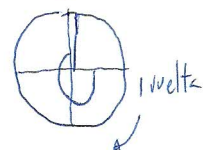
b)  $\beta - 180^\circ = 212^\circ - 180^\circ = 32^\circ$   
 $\operatorname{sen} 212^\circ = -\operatorname{sen} 32^\circ$   
 $\cos 212^\circ = -\cos 32^\circ$   
 $\operatorname{tg} 212^\circ = \operatorname{tg} 32^\circ$

c)  $360^\circ - \gamma = 360^\circ - 343^\circ = 17^\circ$   
 $\operatorname{sen} 343^\circ = -\operatorname{sen} 17^\circ$   
 $\cos 343^\circ = \cos 17^\circ$   
 $\operatorname{tg} 343^\circ = -\operatorname{tg} 17^\circ$

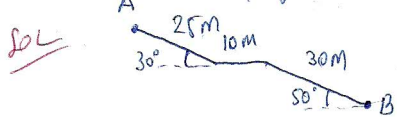
d)  $892^\circ \rightarrow \frac{892^\circ}{360^\circ} = 2 \text{ vueltas} + \frac{172^\circ}{2}$   
 $892^\circ = 2 \text{ vueltas} + 172^\circ$

$180^\circ - 172^\circ = 8^\circ$   
 $\operatorname{sen} 892^\circ = \operatorname{sen} 8^\circ$   
 $\cos 892^\circ = -\cos 8^\circ$   
 $\operatorname{tg} 892^\circ = -\operatorname{tg} 8^\circ$

e)  $-632^\circ \rightarrow \frac{-632^\circ}{360^\circ} = -2 \text{ vueltas} - \frac{272^\circ}{360^\circ} = -2 \text{ vueltas} - \frac{272^\circ}{360^\circ}$   
 $\Rightarrow \text{Una vuelta en sentido agujas reloj} + (-272^\circ) \Rightarrow |-272^\circ| + \alpha = 360^\circ \quad ; \quad \alpha = 88^\circ$   
 $\operatorname{sen}(-632^\circ) = \operatorname{sen} 88^\circ$   
 $\cos(-632^\circ) = \cos 88^\circ$   
 $\operatorname{tg}(-632^\circ) = \operatorname{tg} 88^\circ$



10. Una escalera para acceder a un túnel tiene la forma y las dimensiones de la figura. Calcule la profundidad del punto B.

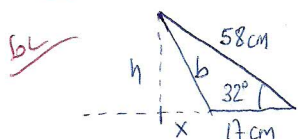


$$\text{sen } 30^\circ = \frac{x}{25} \Rightarrow x = 12'5 \text{ m}$$

$$\text{sen } 50^\circ = \frac{y}{30} \Rightarrow y = 22'98 \text{ m}$$

$$\rightarrow \text{Profundidad: } 12'5 + 22'98 = \boxed{35'48 \text{ m}}$$

- 11.- Calcule h, x y b

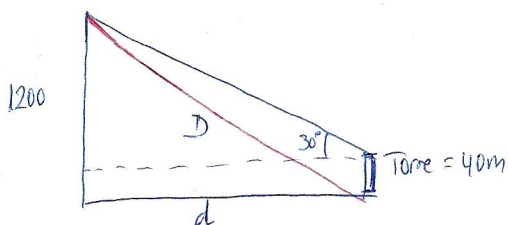


$$\text{sen } 32^\circ = \frac{h}{58} \Rightarrow h = 58 \cdot \text{sen } 32^\circ = \boxed{30'74 \text{ cm}}$$

$$\text{cos } 32^\circ = \frac{x+17}{58}; \quad x = 58 \cdot \text{cos } 32^\circ - 17 = \boxed{32'19}$$

$$b = \sqrt{30'74^2 + 32'19^2} = \boxed{44'51 \text{ cm}}$$

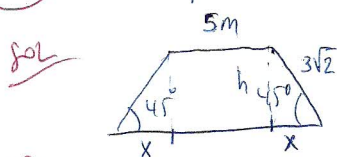
- 12.- Desde la torre de control de un aeropuerto se establece comunicación con un avión que va a aterrizar. En este momento el avión se encuentra a una altura de 1200 m y el ángulo de observación desde la torre (ángulo que forma la visual hacia el avión con la horizontal) es de  $30^\circ$ . ¿A qué distancia está el avión del pie de la torre si esta mide 40 m de altura?



$$\text{tg } 30^\circ = \frac{1200-40}{d} \rightarrow d = \frac{1160}{\text{tg } 30^\circ} = 2009'2 \text{ m}$$

$$\text{Por Pitágoras } \Rightarrow D = \sqrt{1200^2 + 2009'2^2} = \boxed{2340'3 \text{ m}}$$

- 13.- En un trapecio isósceles, con los datos de abajo, hallar su área

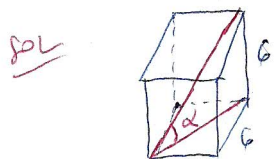


$$\text{sen } 45^\circ = \frac{h}{3\sqrt{2}}; \quad h = \text{sen } 45^\circ \cdot 3\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 3\sqrt{2} = 3 \text{ m}$$

$$\text{cos } 45^\circ = \frac{x}{3\sqrt{2}} \rightarrow x = 3 \rightarrow \text{Base Mayor} = 3 + 5 + 3 = 11 \text{ m}$$

$$A = \frac{(11+5) \cdot 3}{2} = \boxed{24 \text{ m}^2}$$

- 14.- Halle el ángulo que forma la diagonal de un cubo de arista 6 cm con la diagonal de la base.



$$D = 6\sqrt{2}; \quad \text{tg } \alpha = \frac{6}{6\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = \boxed{35^\circ 15' 51,8''}$$

- 15.- Usando las relaciones fundamentales, demuestre que:

a)  $(\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)^2 + (\text{sen } \alpha - \text{cos } \alpha)^2 = 2$

b)  $\frac{(\text{sen } \alpha)^3 + \text{sen } \alpha (\text{cos } \alpha)^2}{\text{cos } \alpha} = \text{tg } \alpha$

SOL

a)  $\text{sen}^2 \alpha + 2 \text{sen } \alpha \text{cos } \alpha + \text{cos}^2 \alpha + \text{sen}^2 \alpha - 2 \text{sen } \alpha \text{cos } \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 2$ ;  $(\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha) + (\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha) = 1 + 1 = 2$

b)  $\frac{\text{sen } \alpha \cdot [\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha]}{\text{cos } \alpha} = \text{tg } \alpha$ ;  $\frac{\text{sen } \alpha \cdot 1}{\text{cos } \alpha} = \text{tg } \alpha$

## EJERCICIOS CON SOLUCIÓN

- 1.- A) Expresa en radianes : a)  $15^\circ$  b)  $120^\circ$   
B) Expresa en grados :  $\frac{\pi}{15}$  radianes,  $\frac{11\pi}{6}$  radianes
- 2.- En un triángulo rectángulo los catetos miden 15 y 8 cm. Halla los ángulos agudos
- 3.- La tangente de un ángulo del 1<sup>er</sup> cuadrante es  $\frac{12}{5}$ . Calcula el seno
- 4.- El  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  y  $\alpha$  es del 4<sup>o</sup> cuadrante. Halla  $\operatorname{tg} \alpha$
- 5.- El lado de un hexágono regular mide 30 cm. Halla la apotema
- 6.- La longitud del radio de un pentágono regular es 15 cm. Calcula el área.
- 7.- Para medir la altura de un edificio se miden los ángulos de elevación desde 2 puntos distantes 100 m. ¿Cuál es la altura si los ángulos son  $33^\circ$  y  $46^\circ$ ?
- 8.- Con un compás de 12 cm de longitud hemos trazado una circunferencia de 10 cm de radio. ¿Qué ángulo en radianes forman los brazos del compás?
- 9.- A partir de las razones del ángulo de  $30^\circ$ , calcula  $\operatorname{tg}(-\frac{5\pi}{6})$
- 10.- Hallar el radio de una circunferencia sabiendo que una cuerda de 246 m tiene como arco correspondiente uno de  $70^\circ$

SOLUCIONES : 1) A) a)  $\frac{\pi}{12}$  b)  $\frac{2\pi}{3}$  B)  $12^\circ, 330^\circ$  2)  $28^\circ 4' 20''$  y  $61^\circ 55' 40''$  3)  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{12}{13}$  4)  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{3}$

5) 25'98 cm 6)  $534'97 \text{ cm}^2$  7) 57'41 m 8) 0'85 radianes 9)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  10) 21'44 cm