SOLUCION BINOMIAL Y NORMAL

① Podemos considerarla como Binomial $B(3, 0'375)$

$p(A) = \frac{3}{8} = p \quad \cdot \quad p(R) = \frac{5}{8} = p(\bar{A}) = q$

Como se sacan 3 bolas con reemplazamiento, p es cte.
El nº de bolas Azules que pueden salir, es decir, los valores de la variable aleatoria X son: $X = \{0, 1, 2, 3\}$.

Tabla de distribución de probabilidades

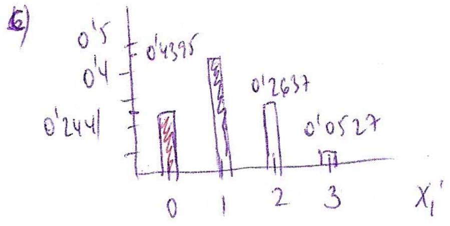
$\frac{3}{8} = 0'375$

$\frac{5}{8} = 0'625$

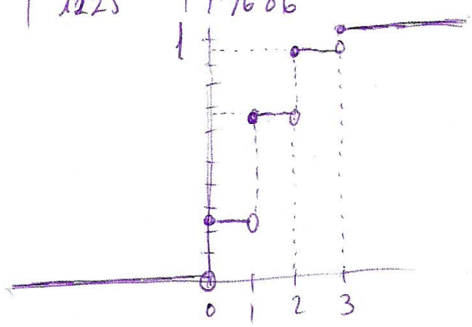
a) b)

x_i	p_i			$F(x=x_i)$		$x_i p_i$	$x_i^2 p_i$
0	$\binom{3}{0}\left(\frac{3}{8}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^3$	$= 1 \cdot 1 \cdot 0'625^3 =$	$0'2441$	$0'2441$	$\simeq 0'24$	0	0
1	$\binom{3}{1}\left(\frac{3}{8}\right)^1 \left(\frac{5}{8}\right)^2$	$= 3 \cdot 0'375 \cdot 0'625^2 =$	$0'4395$	$0'6836$	$\simeq 0'68$	$0'4395$	$0'4395$
2	$\binom{3}{2}\left(\frac{3}{8}\right)^2 \left(\frac{5}{8}\right)^1$	$= 3 \cdot 0'375^2 \cdot 0'625 =$	$0'2637$	$0'9473$	$\simeq 0'95$	$0'5274$	$1'0548$
3	$\binom{3}{3}\left(\frac{3}{8}\right)^3 \left(\frac{5}{8}\right)^0$	$= 1 \cdot 0'375^3 =$	$0'0527$	1		$0'1581$	$0'4743$
Σ			1			$1'125$	$1'9686$

b)



$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0'2441 & 0 \le x < 1 \\ 0'6836 & 1 \le x < 2 \\ 0'9473 & 2 \le x < 3 \\ 1 & x \ge 3 \end{cases}$$



↓ POR LA TABLA

$\mu = E(x) = \sum x_i p_i = 1'125$

Por binomial $\mu = n \cdot p = 3 \cdot 0'375 = 1'125$

$\sigma^2 = \sum x_i^2 p_i - \mu^2 = 1'9686 - 1'125^2 = 0'7029$

Por binomial $\sigma^2 = npq = 3 \cdot 0'375 \cdot 0'625 = 0'703$

$\sigma = \sqrt{0'703} = 0'839$

②

x_i	$p(x_i)$	$F(x_i)$
4	0'6	0'6
5	0'2	0'8
6	0'15	0'95
7	0'05	1
Σ	1	

a) Si, ya que $\sum p(x_i) = 1$ b)

c)

x_i	$p(x_i)$	$x_i \cdot p(x_i)$	$x_i^2 p(x_i)$
4	0'6	2'4	9'6
5	0'2	1	5
6	0'15	0'9	5'4
7	0'05	0'35	2'45
Σ	1	4'65	22'45

$\mu = \boxed{4'65}$

$\sigma = \sqrt{22'45 - 4'65^2} = \boxed{0'9097}$

③ a) $P(X > 4) = p(X=5) + p(X=6) + p(X=7) = 0'2 + 0'15 + 0'05 = \boxed{0'4}$

b) $P(X < 6) = p(X=4) + p(X=5) = 0'6 + 0'2 = \boxed{0'8}$

c) $p(4 \le X \le 7) = \boxed{1}$

d) $P(4'65 - 0'91 < X < 4'65 + 0'91) = P(3'74 < X < 5'56) = p(X=4) + p(X=5)$
$= 0'6 + 0'2 = \boxed{0'8}$

④ a) $B(8, 0'2)$. $P(X=4) = \binom{8}{4} \cdot 0'2^4 \cdot 0'8^4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \, 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 0'2^4 \cdot 0'8^4 = 70 \cdot 0'2^4 \cdot 0'8^4 = \boxed{0'0459}$

$P(X=1) = \binom{8}{1} \cdot 0'2^1 \cdot 0'8^7 = \frac{8 \cdot 7!}{1! \, 7!} \cdot 0'2^1 \cdot 0'8^7 = 8 \cdot 0'2 \cdot 0'8^7 = \boxed{0'3355}$

$P(X=0) = \binom{8}{0} \cdot 0'2^0 \cdot 0'8^8 = 1 \cdot 1 \cdot 0'8^8 = \boxed{0'1678}$

b) $B(12, 0'9)$; $\bullet\ P(X=2) = \binom{12}{2} 0'9^2 \cdot 0'1^{10} = 66 \cdot 0'9^2 \cdot 0'1^{10} = \boxed{5'346 \cdot 10^{-9}}$

$\bullet\ P(X<3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = \binom{12}{0} 0'9^0 \cdot 0'1^{12} + \binom{12}{1} 0'9^1 \cdot 0'1^{11} + \binom{12}{2} \cdot 0'9^2 \cdot 0'1^{10} =$

$1 \cdot 1 \cdot 0'1^{12} + 1 \cdot 0'9 \cdot 0'1^{11} + 5'346 \cdot 10^{-9} = 1 \cdot 10^{-12} + 9 \cdot 10^{-12} + 5'346 \cdot 10^{-9} = \boxed{5'356 \cdot 10^{-9}}$

$\bullet\ P(X \geq 11) = P(X=11) + P(X=12) = \binom{12}{11} \cdot 0'9^{11} \cdot 0'1^1 + \binom{12}{12} \cdot 0'9^{12} \cdot 0'1^0 = 12 \cdot 0'9^{11} \cdot 0'1^1 + 1 \cdot 0'9^{12} =$

$= 0'3766 + 0'2824 = \boxed{0'6590}$

c) $B(6, 0'8)$ $\bullet\ P(2 \leq X \leq 5) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) =$

$= \binom{6}{2} 0'8^2 \cdot 0'2^4 + \binom{6}{3} 0'8^3 \cdot 0'2^3 + \binom{6}{4} 0'8^4 \cdot 0'2^2 + \binom{6}{5} 0'8^5 \cdot 0'2^1 =$

$\frac{6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!}\, 2} \cdot 0'8^2 \cdot 0'2^4 + \frac{\cancel{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}}{\cancel{3!\, 3 \cdot 2 \cdot 1}} \cdot 0'8^3 \cdot 0'2^3 + \frac{6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!}\, 2} 0'8^4 \cdot 0'2^2 + \frac{6 \cdot \cancel{5!}}{\cancel{5!}} 0'8^5 \cdot 0'2 =$

$= 0'0154 + 0'0819 + 0'2458 + 0'3932 = \boxed{0'7363}$

$\bullet\ P(1 \leq X \leq 4) = \binom{6}{1} 0'8^1 \cdot 0'2^5 + \binom{6}{2} \cdot 0'8^2 \cdot 0'2^4 + \binom{6}{3} 0'8^3 \cdot 0'2^3 + \binom{6}{4} 0'8^4 \cdot 0'2^2$

$= 1'536 \cdot 10^{-3} + 0'01536 + 0'08192 + 0'24576 = \boxed{0'3446}$

5) negativo $= 0'98 = q$
positivo $= 0'02 = p$

$B(10, 0'02)$; a) $P(X=2) = \binom{10}{2} 0'02^2 \cdot 0'98^8 = \frac{10 \cdot 9 \cdot \cancel{8!}}{\cancel{8!} \cdot 2} \cdot 0'02^2 \cdot 0'98^8 \boxed{0'0153}$

b) $P(X \geq 2) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)] = 1 - \left[\binom{10}{0} 0'02^0 \cdot 0'98^{10} + \binom{10}{1} 0'02 \cdot 0'98^9\right]$

$= 1 - [0'98^{10} + 10 \cdot 0'02 \cdot 0'98^9] = \boxed{0'0162}$

6) Acierto $= 1/3$
No acierto $= 2/3$

a) F — Puede fallar los tres ya que el enunciado solo enuncia una probabilidad.

b) r: acertar, $p = 1/3$

b) $B(3, 1/3)$ $P(0 < r \leq 3) \Rightarrow$ $1 - P(r=0) = 1 - \binom{3}{0} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 =$

$1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27} = 0'7037 = \boxed{70'37\%}$

c) No

d) 4 flechas $\Rightarrow 1 - \binom{4}{0} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^4 = 1 - \frac{16}{81} = \frac{65}{81} = 0'80 = 80\%$

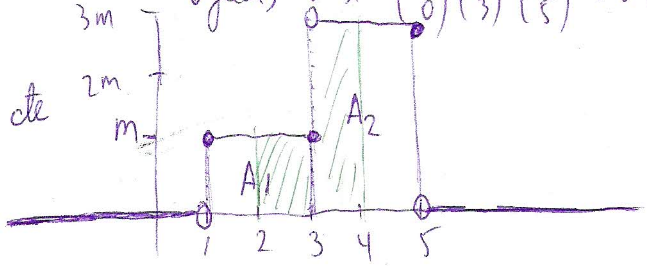
5 flechas $\to 1 - \binom{5}{0} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^5 = 0'87$

6 flechas $\to 1 - \binom{6}{0} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^6 = 0'91$

7 flechas $\to$ 0'94 = 94%

$\boxed{\text{8 flechas} \to 0'96 = 96\%}$

7) m = cte

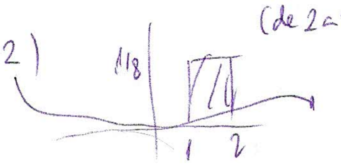


a) $A_1 + A_2 = 1 \Rightarrow$ son rectángulos

$2m + 2 \cdot 3m = 1$; $8m = 1$; $m = 1/8$

b) $P(2 \leq X \leq 4) \to$ De verde $\to 1 \cdot 1/8 + 1 \cdot \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \boxed{\frac{1}{2} = 50\%}$
(B, h de 2 a 3) (B, h de 3 a 4)

$P(X < 2)$

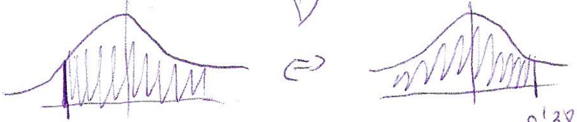


$1 \cdot 1/8 = 1/8 = 0'125 = \boxed{12'5\%}$

8) a) $p(Z < 0'73) = \boxed{0'7673}$ b) $p(Z \leq 1'77) = \boxed{0'9616}$

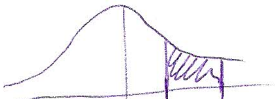
lectura directa

c) $p(Z > -0'38) = p(Z \leq 0'38) = \boxed{0'6480}$ d) $p(Z = -2'75) = \boxed{0 \text{ (Porque es puntual)}}$

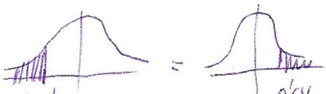


$-0'38$ $0'38$

e) $p(0'26 < Z < 0'39) = p(Z < 0'39) - p(Z < 0'26) = 0'6517 - 0'6026 = \boxed{0'0491}$

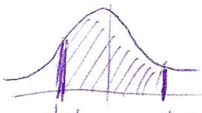


$0'26$ $0'39$



$-0'64$ $0'64$

d) $p(-0'64 < Z < 1'36) \rightarrow$



$-0'64$ $1'36$

$p(Z < 1'36) - p(Z < -0'64) = p(Z < 1'36) - p(Z > 0'64)$

$= p(Z < 1'36) - [1 - p(Z < 0'64)] =$

$0'9131 - [1 - 0'7389] = 0'9131 + 0'7389 - 1$

$= \boxed{0'652}$

g) $p(-1'49 < Z < -1'07) = p(Z \leq 1'49) - p(Z \leq 1'07) = 0'9319 - 0'8577 = \boxed{0'0742}$

$-1'49$ $-1'07$ $1'07$ $1'49$

9) $p(Z < K) = 0'9608 \rightarrow \boxed{K = 1'76}$; $p(Z \geq K) = 0'0113$;

Busco este número en la tabla

$p(Z \geq K) = 1 - p(Z \leq K) = 0'0113$

$p(Z \leq K) = 1 - 0'0113 = 0'9887 \rightarrow$ Miro tablas $\Rightarrow \boxed{K = 2'28}$

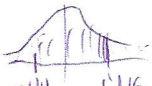
10) Es una distribución que hay que tipificar.

a) $N(90,12) \longrightarrow N(0,1)$; $p(106 < X < 120) = p\left(\frac{106-90}{12} < Z < \frac{120-90}{12}\right) =$

$= p(1'\hat{3} < Z < 2'5) \rightarrow$ Viene con 2 decimales $p(1'33 < Z < 2'5) = p(Z < 2'5) - p(Z < 1'33)$

$= 0'9938 - 0'9082 = \boxed{0'0856}$

b) $p(76'67 < X < 103'96) = p\left(\frac{76'67-90}{12} < Z < \frac{103'96-90}{12}\right) = p(-1'11 < Z < 1'16)$



$-1'11$ $1'16$

$= p(Z < 1'16) - p(Z < -1'11) = p(Z < 1'16) - [1 - p(Z < 1'11)] = 0'8770 - 1 + 0'8665 = \boxed{0'7435}$

11) $N(192, 12)$ a) $p(X > 200) \rightarrow p\left(Z > \frac{200-192}{12}\right) = p(Z > 0'67) = 1 - p(Z < 0'67) = 1 - 0'7486 =$

$= 0'2514 = 25'14\%$

b) $p(180 < X < 220) \rightarrow p\left(\frac{180-192}{12} < Z < \frac{220-192}{12}\right) = p(-1 < Z < 2'33) =$

$p(Z < 2'33) - [1 - p(Z < 1)] = 0'9901 - 1 + 0'8413 = \boxed{0'8314}$

(12) Es una binomial $B(50, 0'6)$.

Me preguntan $p(r<30) = p(r=0) + p(r=1) + \dots + p(r=29)$.

Esto es una locura hacerlo así.

Dice la teoría que en determinadas ocasiones una distribución binomial la podemos aproximar a una normal.

Una Binomial se aproxima más a una Normal cuanto mayor es el producto $n \cdot p$ ($o\ n \cdot q$ si $q < p$).

Si $n \cdot p$ y $n \cdot q$ son mayores que 3, la aproximación es buena.

Si $n \cdot p$ y $n \cdot q$ superan 5, la aproximación es casi perfecta.

En nuestro caso

$n = 50 \quad p = 0'6 \quad q = 0'4$; $\left.\begin{array}{l} 50 \cdot 0'6 = 30 \\ 50 \cdot 0'4 = 20 \end{array}\right\}$ Inmejorable.

Entonces $\to$ $\mu = n \cdot p = 30$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{50 \cdot 0'6 \cdot 0'4} = 3'46$

Entonces X de $B(50, 0'6) \to$ Es x' de $N(30, 3'46) \to$ Transformar a Z de $N(0,1)$

Es decir X es $B(n,p) \to x'$ es $N(np, \sqrt{npq})$

$$P[x=K] = P[K - 0'5 \leq x' \leq K + 0'5]$$

(Cuando una variable discreta x, se aproxima a la normal x', a cada valor x se le asocia un intervalo unidad entorno a el)

En el $\to$ problema $p(X < 30) = p(x' \leq 30'5) = p\left(z \leq \frac{30'5 - 30}{3'46}\right) = p(z \leq 0'14) \xrightarrow{\text{Tabla}} \boxed{0'5575}$