

# UNIDAD 3: ECUACIONES E INECUACIONES

## 1. Ecuaciones de 1º y 2º grado

Una ecuación es una expresión algebraica en donde además de nros y letras (que representan números desconocidos), aparece el símbolo "=".

Resolver una ecuación es encontrar uno o varios valores que satisfagan la igualdad, que llamamos soluciones de la ecuación.

En general, para resolver ecs de 1º grado, seguimos los siguientes pasos:

- 1) Quitamos Denominadores
- 2) Quitamos paréntesis
- 3) Transponemos términos: las letras en un miembro, y los nros que no lleven letra, en otro. Para ello lo que está sumando pasa restando, y lo que está restando, pasa sumando
- 4) Despejamos la variable: El nro que acompaña a la letra si está multiplicando, pasa con su signo dividiendo, si está dividiendo, pasa con su signo multiplicando
- 5) Comprobamos solución.

Una ec. de 1º grado puede no tener solución (Ej  $0 \cdot x = 2$ ), infinitas soluciones ( $2x + 3 = 2x + 3$ ) o una solución ( $2x = 4$ ).

## 2. Ecuaciones de 2º grado

Una ec. de 2º grado es toda expresión que se puede escribir como  $ax^2 + bx + c = 0$ , en donde a, b y c representan nros, siendo  $a \neq 0$ .

La expresión general que me indica las soluciones o raíces es:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

El nro de soluciones dependerá del signo del discriminante:

$\Delta = b^2 - 4ac$  |  $\Delta > 0 \Rightarrow 2$  soluciones ;  $\Delta = 0 \Rightarrow$  Una solución (doble) ;  $\Delta < 0 \Rightarrow$  Ninguna solución.

Además, si falta algún término (que no sea  $ax^2$ ), hablamos de ecs. incompletas, que se pueden resolver por métodos alternativos:

- 1)  $ax^2 = 0 \rightarrow$  sol  $x = 0$
- 2)  $ax^2 + c = 0 \rightarrow$  sol:  $x = \pm \sqrt{-c/a}$  (2 soluciones siempre que  $-c/a > 0$ . En caso contrario, sin solución).
- 3)  $ax^2 + bx = 0 \rightarrow x(ax + b) = 0 \rightarrow$  sol  $\begin{cases} x = 0 \\ x = -b/a \end{cases}$

## 3. Ecuaciones Bicuadradas

Son expresiones del tipo  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ; se resuelven haciendo el cambio  $x^2 = y$ ,  $ay^2 + by + c = 0$ , y posteriormente, deshaciendo el cambio  $\Rightarrow y = x^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{y}$  (Máx, 4 soluciones).

## 4. Ecs. Polinómicas de grado $> 2$

Las raíces enteras las podemos buscar por el método de Ruffini. Recordemos que el nro máximo de raíces que puede tener una ecuación coincide con su grado.

## 5. Ecuaciones con radicales

Cuando hablamos de ecs. con radicales, nos referimos a radicales cuadrado.

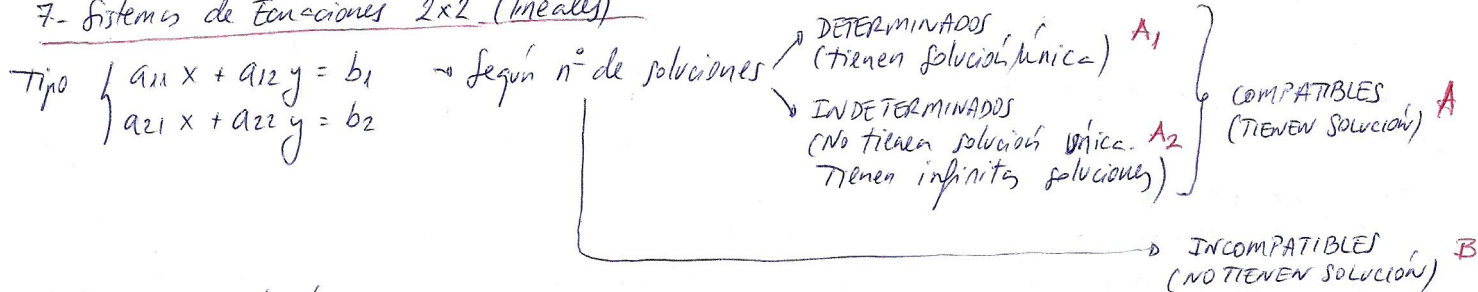
Para resolverlos, procedemos de la siguiente manera:

- 1) elevamos a un miembro los radicales, y al otro miembro todo lo demás.
- 2) Elevamos al cuadrado los 2 miembros. Si no quitamos todos los raíces, vamos al paso 1 y de nuevo hacemos el paso 2.
- 3) Despejamos y calculamos
- 4) Comprobamos las soluciones, ya que al elevar al cuadrado hemos podido introducir soluciones extrañas.

## 6.- Ecuaciones con variables en un denominador.

Quitamos denominadores y resolvemos. Importante: comprobamos soluciones.

## 7.- Sistemas de Ecuaciones 2x2 (lineales)



Métodos de resolución:

A) Sustitución: Despejamos una variable en una ecuación y SUSTITUIMOS en la otra ecuación.

B) Igualación: Despejamos la misma incógnita en las 2 ecuaciones e IGUALAMOS.

C) Reducción: Mediante sumas y productos, REDUCIMOS = Pasamos de un sist 2x2 a una ecuación 1x1.

## 8.- Sistemas de Ecuaciones en general (lineales)

El mejor método en general para resolver un sistema es el mét. de Reducción. Por ello, y aplicándolo repetidamente, pasamos de nuestro sistema hasta llegar a una ec. de 1º grado. Posteriormente, vamos calculando el resto de incógnitas.

## 9.- Sistemas de Ecuaciones no lineales

El exponente no es 1. Normalmente se resuelven por sustitución, despejando (si la hay) la variable que nos interesa en la Ec. lineal

## INECUACIONES

Desigualdades en donde pueden aparecer los signos  $<, >, \leq, \geq$ .

## 10.- Inecuaciones de 1º grado con una incógnita

Antes de indicar como resolverlas recordemos:

$3 < 12$   $\rightarrow$  Multiplico por número positivo ( $\times 2$ ):  $6 < 24$ ; la inecuación sigue como estaba.

$\rightarrow$  Multiplico por signo negativo ( $\times (-2)$ ):  $-6 > -24$ ; la inecuación cambia de sentido.

Por ello, las inecuaciones de 1º grado se resuelven igual que las ecs. de 1º grado, SALVO que si al despejar la variable el n° que lo acompaña es negativo, entonces si está multiplicando, pasa dividiendo (con su signo) y si está dividiendo, pasa con su signo multiplicando. Además de estos pasos, y repito si el número es negativo, hay que cambiar además el sentido de la desigualdad.

## 11.- Inecuaciones de 2º grado con una incógnita

Resolvemos de forma gráfica, ya que la solución normalmente es un intervalo. Procederemos de la siguiente manera:

- 1.- Transformamos la inecuación en ecuación y hallamos sus raíces
- 2.- Representamos las raíces en la recta, siendo abiertas o cerradas en función de que no halle o halle un igual en la inecuación
- 3.- Factorizamos la inecuación
- 4.- Estudiamos el signo de los factores y el signo final de la inecuación
- 5.- Aquellos intervalos cuyo signo después de operar coincide con el signo de la inecuación, serán soluciones de ésta.

12. Inecuaciones de grado mayor que 2 ó inecuaciones fraccionarias  
 Procederemos igual que las inecuaciones de 2º grado.

13. Sistemas de inecuaciones con una incógnita

Procedemos de la siguiente manera: 1.- Resolvemos y representamos la solución de cada inecuación por separado (para ello, hacemos flechas paralelas cobrando de forma adecuada las raíces). 2.- Trazamos la recta solución: Los intervalos solución serán aquellos que sean solución en todos y en cada una (valga la redundancia) de las inecuaciones por separado.

14. Inecuaciones con 2 incógnitas

Se resuelven de forma gráfica. Para ello: (1) Transformamos la inecuación en ecuación. (2) Despejamos una variable (normalmente y), hacemos una tabla de valores, tomamos 2 ó 3 puntos y representamos la recta en el plano. (3) Tomamos un punto de un semiplano (por comodidad, alguno que tenga coordenada 0). Sustituimos en la inecuación, y si se verifica, ese semiplano es solución. Si no, lo es el otro. (4) La recta será también solución si el símbolo de la inecuación lleva el símbolo igual.

15. Sistemas de inecuaciones con 2 incógnitas

Representamos las rectas en el plano. La zona solución será aquella que cumple con todas las inecuaciones.

### EJERCICIOS RESUELTOS

1) Ecuación 1º grado:  $-3(x-2) - \frac{x+2}{2} = 2 - \frac{x}{3}$  1) Quitamos paréntesis  $\Rightarrow -3x+6 - \frac{x+2}{2} = 2 - \frac{x}{3}$

2) Quitamos denominadores  $\Rightarrow \frac{-18x+36}{6} - \frac{3x+6}{6} = \frac{12}{6} - \frac{2x}{6} \Rightarrow -18x+36-3x-6 = 12-2x$  3) Transponemos términos  
 $-18x-3x+2x = 12-36+6$ ;  $-19x = -18$  4) Despejamos  $x = \frac{-18}{-19} = \frac{18}{19}$  1 SOLUCIÓN

2) Ecuación 2º grado:  $(x-3)(x+2) = -5$  1) Expresamos como  $ax^2+bx+c$   $\Rightarrow x^2+2x-3x-6 = -5$ ;  $x^2-x-1=0$   
 2) Hallamos  $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-1 \end{cases}$  y resolvemos  $x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1}$ ;  $x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$  2 SOLUCIONES

3) Ecuación BICUADRADA:  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$  1) Hacemos cambio  $x^2 = y$   $\Rightarrow y^2 - 10y + 9 = 0$   
 2) Resolvemos la ec. de 2º grado:  $y = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} \rightarrow \frac{10+8}{2} = 9$   
 $\frac{10-8}{2} = 1$   
 3) Deshacemos el cambio  $\rightarrow x = \pm \sqrt{y}$ ;  $x = \pm \sqrt{9} = \pm 3$  4 SOLUCIONES  
 $x = \pm \sqrt{1} = \pm 1$

4) Ecuación GRADO SUPERIOR A 2:  $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$  1) Probamos divisores de -18:  $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 6 \pm 18$

SOLUCIONES:  $\begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$  3 SOLUCIONES

-2	1	2	-9	-18
		-2	0	18
3	1	0	-9	0
		3	9	
-3	1	3	0	
		-3		
		1	0	

5) Ecuación CON RADICALES:  $\sqrt{x+6} + \sqrt{x+1} = 5$  1) Elevamos al cuadrado ambos miembros  $(\sqrt{x+6} + \sqrt{x+1})^2 = 5^2$ ;  $x+6+x+1+2\sqrt{(x+6)(x+1)} = 25$   
 2) Volvemos a dejar la raíz de un miembro  $2\sqrt{x^2+7x+6} = -2x+18$  3) Elevamos al cuadrado  $(2\sqrt{x^2+7x+6})^2 = (-2x+18)^2$

4.  $(x^2+7x+6) = 4x^2-72x+324$ ;  $4x^2+28x+24 = 4x^2-72x+324$ ;  $100x = 300$ ;  $x=3$

IMPORTANTE → Compruebo soluciones en ec. original ⇒  $\sqrt{3+6} + \sqrt{3+1} = 5$ ;  $\sqrt{9} + \sqrt{4} = 5$ ;  $3+2=5$  ⇒ SI

SOL:  $x=3$  1 solución

6. Ecuaciones con variables en denominador:  $\frac{2}{x} - \frac{3}{x+1} = 0$  → Quitamos denominadores  $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+1}$

$2(x+1) = 3x$ ;  $2x+2=3x$ ;  $2=3x-2x$ ;  $x=2$ . Compruebo  $\frac{2}{2} - \frac{3}{2+1} = 0$ ;  $1-1=0$  ⇒ SI

SOL:  $x=2$  1 solución

7. SISTEMAS ECUACIONES

A) 2x2

Reducción  $\begin{cases} 6x-7y=-1 \\ 5x+2y=6 \end{cases}$  →  $\begin{matrix} \times 2 \\ \times 7 \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} 12x-14y=-2 \\ 35x+14y=42 \end{cases}$  Hacemos otra reducción  $\begin{cases} 6x-7y=-1 \xrightarrow{\times(-5)} -30x+35y=5 \\ 5x+2y=6 \xrightarrow{\times 6} 30x+12y=36 \end{cases}$

SOL:  $\begin{cases} x=40/47 \\ y=41/47 \end{cases}$  S. COMPATIBLE DETERMINADO → (1 solución)

B) 3x3

$\begin{cases} 2x+3y+z=11 & (1) \\ -x+2y-z=0 & (2) \\ -3x-y+2z=1 \end{cases}$  Reduzco x  $\begin{cases} 2x+3y+z=11 \\ -2x+4y-2z=0 \\ 7y-z=11 \end{cases}$  Reduzco x  $\begin{cases} 3x-6y+3z=0 \\ -3x-y+2z=1 \\ -7y+5z=1 \end{cases}$

2x2  $\begin{cases} 7y-z=11 \\ -7y+5z=1 \end{cases}$  →  $\begin{matrix} 7y-z=11 \\ -7y+5z=1 \end{matrix} \rightarrow 4z=12 \rightarrow z=3$   $\begin{cases} 7y-3=11; 7y=14; y=2 \\ 2x+3 \cdot 2+3=11; x=2/2=1 \end{cases}$

SOL:  $x=1, y=2, z=3$  Comp. det.

C) Mismo por Gauss

$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & | & 11 \\ -1 & 2 & -1 & | & 0 \\ -3 & -1 & 2 & | & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} 2F_2+F_1 \\ -3F_1+2F_3 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & | & 11 \\ 0 & 7 & -1 & | & 11 \\ 0 & 7 & 7 & | & 35 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2-F_3} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & | & 11 \\ 0 & 7 & -1 & | & 11 \\ 0 & 0 & -8 & | & -24 \end{pmatrix}$   $\begin{cases} -8z=-24 \rightarrow z=3 \\ 7y-3=11 \rightarrow y=2 \\ 2x+6+3=11 \rightarrow x=1 \end{cases}$

D) Sist. no lineal:  $\begin{cases} x+y=5 \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$  1) Despejo en la lineal  $x=5-y$  2) Sustituyo en la otra  $(5-y)^2+y^2=13$ ;  $25-10y+y^2+y^2=13$   
 $2y^2-10y+12=0 \rightarrow y^2-5y+6=0$ ;  $y = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$   $y=3 \rightarrow x=2$   $y=2 \rightarrow x=3$   
SOL:  $\begin{cases} x=2, y=3 \\ x=3, y=2 \end{cases}$  2 SOLUCIONES

8. Inec. 1º grado con una incógnita:  $-2x - (x+2) < \frac{x+3}{2}$ ;  $-2x-x-2 < \frac{x+3}{2}$ ;  $2(-3x-2) < x+3$

$-6x-4 < x+3$ ;  $-7x < 7$  → ¡OJO!  $x > -1$ ;  $x > -1$  ~~.....~~  $x \in (-1, +\infty)$

9. Inecuación 2º grado con una incógnita:  $(x-3)(x+1) < 0$ . 1. Hallamos raíces  $\begin{cases} x-3=0 \rightarrow x=3 \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 \end{cases}$

2) Representamos recta  $\begin{matrix} -1 & +3 \\ 0 & 0 \end{matrix}$  3) Estudiamos signo

$N^2$	$(x-3)$	$(x+1)$	$(x-3)(x+1)$
-100	-	-	+
1	-	+	-
100	+	+	+

Elegimos al azar por zonas

3) Traducimos a recta  $\begin{matrix} -1 & +3 \\ 0 & 0 \end{matrix}$  SOL:  $x \in (-1, 3)$

10. Sist. de Inecuaciones con una incógnita:  $\begin{cases} x+1 < 2 \\ x-3 > 1 \end{cases}$  SOL: No tiene  $\rightarrow$  NINGUNA ZONA COMÚN

11. Inec. con 2 incógnitas:  $x+y < 2$  → Recta  $x+y=2$ ;  $y=2-x$   
SOL:  $\rightarrow$  PTO al azar  $(0,0) \rightarrow 0+0 < 2$  Si → Sol: Ese semiplano

# Ecuaciones

1.- Resolver: A)  $2 - \frac{x+3}{5} = \frac{x+1}{8} - \frac{x-1}{6}$  B)  $6(3 - \frac{x+1}{2}) = 6(1 - \frac{x+3}{3})$  C)  $2x+1 - \frac{3x-1}{4} = x - \frac{x+1}{5} - \frac{x-2}{10}$

SOL: A) 7 B) 15 C) -25/11

2.- A)  $1-x^2 = 2x^2 - 1 + x$  B)  $\frac{2(x-2)}{5} + 2x = \frac{3x^2+4}{4}$  C)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$  SOL: A) -1 B) 2/3 C)  $\pm 3$  y  $\pm 2$

3.- A) Una de las raíces de  $x^2 + bx + 20 = 0$  es -4. Si la otra raíz es -5 calcula b. SOL: b=9

B)  $x^2 + bx + 36 = 0$  tiene una raíz doble. Averigua cuál es. SOL: -6 y -6 o 6 y 6

4.- Resolver: A)  $\frac{6}{x^2-1} + \frac{4}{x-1} = \frac{2}{x+1}$  B)  $\frac{2x-2}{x-2} = 4 + \frac{6-2x}{x+2}$  C)  $\frac{1}{3} + \frac{x+1}{3x-9} = \frac{2x+5}{3x+3}$  SOL: A) -6 B) 3 C) No

5.- Resolver: A)  $4\sqrt{x+2} = 5+x$  B)  $3\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-2} = 1$  C)  $\sqrt{x^2-7} + 2x = 11$ . SOL: A) 7 B) No tiene C) 4

6.- Resolver: A)  $\begin{cases} 2x + y/5 = 3(x-y) \\ x = y+1 \end{cases}$  B)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ x \cdot y = 4 \end{cases}$  C)  $\begin{cases} \frac{3x+y}{6} + \frac{x-y}{2} = 6 \\ \frac{6x+5y}{4x-3y} = 3 \end{cases}$  SOL: A)  $x=19/11, y=5/11$  B)  $4y^2 - 4y - 1$  C)  $x=7, y=3$

7.- El doble de un número sumado con su quinta parte es igual a dicho número más 24 unidades. SOL: 20

8.- Un padre reparte 1400 pts entre sus tres hijos. El mayor recibe 200 pts más que el 2º y 150 más que el 3º. ¿Qué cantidad recibe cada uno? SOL: El menor, 300 pts

9.- Dividir el número 60 en dos partes tales que la diferencia entre la 4ª parte de la mayor y la quinta parte de la menor sea igual al doble de la menor menos 34 unidades. SOL: Mayor es 40

10.- Una frutera vende 2/3 de las naranjas que tiene y después 3/5 de las que le quedan. ¿Cuántas naranjas tenía si le quedan 8 naranjas? SOL: 60 naranjas

11.- Un padre da a su hijo 50 pts por cada problema de matemáticas que resuelve correctamente y le desuenta 40 pts por cada uno que tenga mal. Después de 20 problemas el padre entregó al hijo 180 pts. ¿Cuántos resolvió correctamente? SOL: 12 Bien

12.- Halla la diagonal de un cuadrado, sabiendo que si aumentamos en 1 m la longitud de cada lado, su superficie aumenta en 27 m². SOL: D=13√2 m

13.- La edad de un hijo es igual a la raíz cuadrada de la edad del padre más 1 año. Sabiendo que dentro de 22 años la edad del padre será doble que la del hijo. Calcula la edad de ambos. SOL: H=3

14.- Dos grifos manando a la vez llenan un depósito en dos horas y uno de ellos, manando solo, lo hace en 6 horas. ¿En cuánto tiempo lo llenaría el otro solamente? SOL: 3 horas P=36

15.- En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 6 cm más que un cateto. Halla el perímetro, si el otro cateto mide 12 cm. SOL: P=36 cm

16.- Calcula la edad de una persona, sabiendo que dentro de 8 años será el cuadrado de la que tenía hace 12 años. SOL: 17 años

17.- Se reparten 200 pts entre varios niños. Si hubiese un niño menos, cada uno tocaría a 10 pts más. ¿Cuántos son los niños? SOL: 5

18.- El 12% del coste de un balón sumado con el 30% de dicho coste ascienden a 1260 pts. ¿Cuál es el precio del balón? SOL: 3000

19.- ¿Cuántos km debe recorrer un ciclista si cuando ha recorrido el 30% de estos más 3 km todavía le queda por recorrer el 50% del trayecto? SOL: 40 km

20.- Para obtener un perfume cuyo precio sea 360 pts/l. ¿Cuántos litros de un perfume de 600 pts/l he de mezclar con 10 l. de otro cuyo precio es 800 pts/l? SOL: 2.5 l. del de 600 pts/l

# RESOLUCIÓN ECUACIONES

① A)  $\frac{240}{120} - \frac{24x+72}{120} = \frac{15x+15}{120} - \frac{20x-20}{120}$  ;  $240 - 24x - 72 = 15x + 15 - 20x + 20$  ;

$-24x - 15x + 20x = 15 + 20 - 240 + 72$  ;  $-19x = -133$  ;  $x = \frac{-133}{-19} = 7$

B)  $18 - 3(x+1) = 6 - 2(x+3)$  ;  $18 - 3x - 3 = 6 - 2x - 6$  ;  $-3x + 2x = 6 - 6 - 18 + 3$  ;  $-x = -15$  ;  $x = 15$

C)  $\frac{40x+20}{20} - \frac{15x-5}{20} = \frac{20x}{20} - \frac{4x+4}{20} - \frac{2x-4}{20}$  ;  $40x+20-15x+5 = 20x-4x-4-2x+4$

$40x - 15x - 20x + 4x + 2x = -4 + 4 - 20 - 5$  ;  $11x = -25$  ;  $x = \frac{-25}{11}$

② A)  $2x^2 + x - 1 + x^2 - 1 = 0$  ;  $3x^2 + x - 2 = 0$  ;  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{6} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{-1 \pm 5}{6}$  ;  $\frac{4}{8} = \frac{2}{3}$  ;  $\frac{-6}{6} = -1$

B)  $\frac{2x-4}{5} + 2x = \frac{3x^2+4}{4}$  ;  $\frac{8x-16}{20} + \frac{40x}{20} = \frac{15x^2+20}{20}$  ;  $15x^2+20-8x+16-40x=0$  ;

$15x^2 - 48x + 36 = 0 \rightarrow 5x^2 - 16x + 12 = 0$  ;  $x = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 240}}{10} = \frac{16 \pm 4}{10}$  ;  $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$  ;  $\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

C)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$  ;  $y^2 - 13y + 36 = 0$  ;  $y = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2}$  ;  $y = 9$  ;  $y = 4$

$x = \pm \sqrt{y}$  ;  $x = \pm \sqrt{9} = \pm 3$  ;  $x = \pm \sqrt{4} = \pm 2$

③ A)  $(x+4)(x+5) = 0 \rightarrow x^2 + 5x + 4x + 20 = 0$  ;  $x^2 + 9x + 20 = 0 \Rightarrow b = 9$

B)  $(x+c)^2 = x^2 + bx + 36 \rightarrow c = \sqrt{36} \rightarrow c = 6 \rightarrow b = 6 \rightarrow 6y + 6$  ;  $c = -6 \rightarrow b = -6 \rightarrow -6y - 6$

④ A)  $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$  ;  $MCM(x^2-1, x+1, x-1) = x^2 - 1$

$\frac{6}{x^2-1} + \frac{4(x+1)}{x^2-1} = \frac{2(x-1)}{x^2-1}$  ;  $6 + 4(x+1) = 2(x-1)$  ;  $6 + 4x + 4 = 2x - 2$  ;  $4x - 2x = -2 + 6 - 4$

$2x = -2$  ;  $x = -1$

COMPROBACION

$\frac{6}{36-1} + \frac{4}{-6-1} = \frac{2}{-6+1}$  ;

$\frac{6}{35} - \frac{4}{7} = -\frac{2}{5}$  ;  $\frac{6}{35} - \frac{20}{35} = -\frac{14}{35}$  ;  $-\frac{14}{35} = -\frac{14}{35} \Rightarrow SI$

B)  $\frac{2x-2}{x-2} = 4 + \frac{6-2x}{x+2}$  ;  $\frac{(2x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{4(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} + \frac{(6-2x)(x-2)}{(x-2)(x+2)}$  ;

$2x^2 + 4x - 2x - 4 = 4x^2 - 16 + 6x - 12 - 2x^2 + 4x$  ;  $2x^2 - 4x^2 + 2x^2 + 4x - 2x - 6x - 4 + 16 - 12 = 0$

$-8x + 24 = 0$  ;  $x = \frac{-24}{-8} = 3$

C)  $\frac{1}{3} + \frac{x+1}{3(x-3)} = \frac{2x+5}{3(x+1)}$  ;  $\frac{(x-3)(x+1)}{3(x-3)(x+1)} + \frac{(x+1)(x+1)}{3(x-3)(x+1)} = \frac{(2x+5)(x-3)}{3(x+1)(x-3)}$  ;

MCM:  $3(x-3)(x+1)$

$x^2 - 3x + x - 3 + x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 6x + 5x - 15$

$-3x + x + 2x + 6x - 5x = -15 + 3 - 1$  ;  $x = -13$

⑤ A)  $4\sqrt{x+2} = 5+x$  ;  $(4\sqrt{x+2})^2 = (5+x)^2$  ;  $16(x+2) = 25 + 10x + x^2$  ;  $x^2 + 10x + 25 - 16x - 32 = 0$

$x^2 - 6x - 7 = 0$  ;  $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 28}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{6 \pm 8}{2}$  ;  $x = 7$  ;  $x = -1$

COMPROBAMOS  $\Rightarrow x = 7 \rightarrow 4 \cdot \sqrt{9} = 5 + 7 \Rightarrow SI$  ;  $x = -1 \rightarrow 4 \cdot \sqrt{1} = 5 - 1 \Rightarrow SI$

$x = 7$  ;  $x = -1$

B)  $3\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-2} = 1$ ;  $(3\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-2})^2 = 1^2$ ;  $9 \cdot (2x-3) + x-2 - 6\sqrt{(2x-3)(x-2)} = 1$   
 $18x-27+x-2 = 6\sqrt{2x^2-4x-3x+6} = 1$ ;  $-6\sqrt{2x^2-7x+6} = 30-19x$   
 $(-6\sqrt{2x^2-7x+6})^2 = (30-19x)^2$ ;  $36 \cdot (2x^2-7x+6) = 900-1140x+361x^2$   
 $72x^2-252x+216 = 900-1140x+361x^2$ ;  $361x^2-72x^2-1140x+252x+900-216 = 0$   
 $289x^2-888x+684=0$  Discriminante negativo  $\Rightarrow$  No tiene solución

C)  $\sqrt{x^2-7} + 2x = 11$ ;  $\sqrt{x^2-7} = 11-2x$ ;  $(\sqrt{x^2-7})^2 = (11-2x)^2$ ;  $x^2-7 = 121-44x+4x^2$   
 $3x^2-44x+128=0$ ;  $x = \frac{44 \pm \sqrt{44^2-4 \cdot 3 \cdot 128}}{2 \cdot 3} = \frac{44 \pm 20}{6}$ ;  $\frac{64}{6} = \frac{32}{3}$  No  
 $\frac{24}{6} = 4$  Si

COMPROBAMOS  $\rightarrow x = \frac{32}{3} \rightarrow \sqrt{(\frac{32}{3})^2-7} + 2 \cdot \frac{32}{3} = 11$ ;  $191 + 21 = 1 \Rightarrow$  No  
 $x=4 \rightarrow \sqrt{16-7} + 8 = 11 = \sqrt{9} + 8 = 11 \rightarrow 3+8=11 \Rightarrow$  Si

SOL  $x=4$

6) A)  $\begin{cases} 2x + y/5 = 3x - 3y \\ x = y + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 10x + y = 15x - 15y \\ x - y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -5x + 16y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$   
 $\begin{matrix} -5x + 16y = 0 \\ 5x - 5y = 5 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 11y = 5 \\ y = 5/11 \end{matrix}$   
 $x = 16/11$   
 SOL:  $(16/11, 5/11)$

B)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ xy = 4 \rightarrow x = \frac{4}{y} \end{cases}$  Sustituyo  $(\frac{4}{y})^2 + y^2 = 17$   $16 + y^4 = 17y^2$ ;  $y^4 - 17y^2 + 16 = 0$  Cambio  $y^2 = z$   
 $z^2 - 17z + 16 = 0 \rightarrow z = \frac{17 \pm \sqrt{289-64}}{2} = \frac{17 \pm 15}{2}$  Despejo comb  
 $y = \pm \sqrt{16} = \pm 4$   
 $y = \pm \sqrt{1} = \pm 1$

$y=4 \rightarrow x=1$   $(1, 4)$   
 $y=-4 \rightarrow x=-1$   $(-1, -4)$   
 $y=1 \rightarrow x=4$   $(4, 1)$   
 $y=-1 \rightarrow x=-4$   $(-4, -1)$

C)  $\begin{cases} \frac{3x+y}{6} + \frac{3x-3y}{6} = \frac{36}{6} \\ 6x+5y = 12x-9y \end{cases}$ ;  $\begin{cases} 3x+y+3x-3y=36 \\ 6x-12x+5y+9y=0 \end{cases}$   
 $\begin{cases} 6x-2y=36 \\ -6x+14y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x-2y=36 \\ 12y=36 \rightarrow y=3 \end{cases}$   
 $6x-6=36$ ;  $6x=42 \rightarrow x=7$   
 SOL  $(7, 3)$

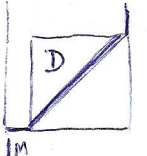
7)  $x = n^2$  buscado  $2x + \frac{x}{5} = x + 24$ ;  $10x + x = 5x + 120$ ;  $6x = 120$ ;  $x = 20$   $n^2$  buscado es 20.

8)  $x =$  dinero que recibe el mediano  $x + x + 200 + x - 150 = 1400$   
 $x + 200 =$  dinero recibe mayor  $3x = 1200$ ;  $x = \frac{1200}{3} = 400$   
 $x - 150 =$  " " menor  $x = 300$   
 SOL: Mayor: 650 pts mediano: 450 pts, menor = 300 pts

9)  $x = 1^a$  parte (mayor)  $x + y = 60$   
 $y = 2^a$  parte  $\frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 2y - 34$   $(x=20)$   
 $\begin{cases} x + y = 60 \\ 5x - 4y = 40y - 680 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 60 \\ 5x - 4y = -680 \end{cases} \xrightarrow{\times(-5)} \begin{cases} -5x - 5y = -300 \\ 5x - 4y = -680 \end{cases} \rightarrow -9y = -980$   
 $y = \frac{-980}{-9} = 20$   
 SOL: dos  $n^2$  son 40 y 20

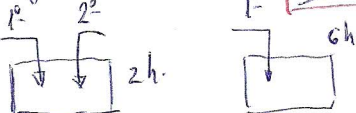
10)  $x = n^2$  naranjas totales.  
 $\frac{2}{3}x + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3}x + 8 = x$ ;  $\frac{2x}{3} + \frac{x}{5} + 8 = x$ ;  $\frac{10x + 3x + 120}{15} = \frac{15x}{15}$ ;  $2x = 120$ ;  
 $x = 60$ . SOL: Hebía 60 naranjas.

11)  $x = n^2$  problemas correctos  
 $20 - x = n^2$  problemas incorrectos  
 $50x - 40(20 - x) = 280$ ;  $50x - 800 + 40x = 280$   
 $90x = 1080$ ;  $x = \frac{1080}{90} = 12$   
 SOL: Resolví bien 12 problemas

12)   $x =$  longitud inicial  
 $x^2 = A$   
 $(x+1)^2 = A + 27$   
 $(x+1)^2 = x^2 + 27 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + 27$ ;  $2x = 26$ ;  $x = 13$  m  
 $D = \sqrt{13^2 + 13^2} = \sqrt{2 \cdot 13^2} = 13\sqrt{2}$  m

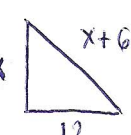
SOL: la diagonal mide  $13\sqrt{2}$  m

13)  $x =$  edad hijo  
 $y =$  edad padre  
 $x = \sqrt{y} + 1$   
 $y + 22 = 2(x + 22)$   
 $x - 1 = \sqrt{y}$   
 $y + 22 = 2x + 44 \rightarrow 2x - y = -22$   
 $(x-1)^2 = (\sqrt{y})^2 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = y$   
 $2x - y = -22$   
 $y = x^2 - 2x + 1$   
 $y = 2x + 22$   
 $x^2 - 2x + 1 = 2x + 22$ ;  $x^2 - 4x - 21 = 0$ ;  $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 84}}{2} = \frac{4 \pm 10}{2}$   
 SOL: El hijo, 7 años y el padre, 36 años

14)   $x =$  Volumen en l. del 1º grifo en 1 h  
 $y =$  " " " " 2º " " 1 h  
 $V =$  Volumen del depósito

Como juntos tardan 2 horas  $\Rightarrow x + y = V/2$  sustituyo  $\frac{V}{6} + y = \frac{V}{2}$ ;  $y = \frac{V}{2} - \frac{V}{6} = \frac{2V}{6} = \frac{V}{3}$   
 $x = V/6$

El 2º grifo en 1 h hace  $1/3$  del  $V$ , por lo que el solo lo llena en 3 h.

15)   $\Rightarrow$  PITAGORAS  $\Rightarrow (x+6)^2 = x^2 + 12^2$ ;  $x^2 + 12x + 36 = x^2 + 144$ ;  $12x = 108$   
 $x = \frac{108}{12} = 9$  cm lados son:  $9 + 15 + 12 = P = 36$  cm

16)  $x =$  edad actual  $x + 8 = (x - 12)^2$ ;  $x + 8 = x^2 - 24x + 144$ ;  $x^2 - 25x + 136 = 0$   
 $x = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 544}}{2} = \frac{25 \pm 9}{2} = 17$  (hace 12 años no había nacido)

SOL: 17 años

17)  $x = n^2$  niños  
 $y =$  dinero que recibe cada uno  
 $x \cdot y = 200$   
 $(x-1) \cdot (y+10) = 200$   
 $x \cdot y = 200 \rightarrow y = \frac{200}{x}$   
 $x \cdot \frac{200}{x} + 10x - y - 10 = 200$   
 $200 + 10x - \frac{200}{x} - 10 = 200$ ;  $10x^2 - 200 - 10x = 0$ ;  $10x^2 - 10x - 200 = 0$

Sustituyo  $\Rightarrow 200 + 10x - \frac{200}{x} - 10 = 200$ ;  $10x^2 - 200 - 10x = 0$ ;  $10x^2 - 10x - 200 = 0$   
 $x^2 - x - 20 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2} = 5$   
 SOL: 5 niños



18

x = coste balón

$$\frac{12x}{100} + \frac{30x}{100} = 1260; \quad x = \frac{126000}{42} = 3000 \text{ pts} \quad \text{El balón vale } \boxed{3000 \text{ pts}}$$

19

x = trayecto total

$$\frac{30x}{100} + 8 = \frac{50x}{100} \quad \rightarrow \quad 30x + 800 = 50x \quad \cdot \quad 20x = 800 \quad \rightarrow \quad x = 40 \text{ Km}$$

SOL: El trayecto son  $\boxed{40 \text{ Km}}$

20

x = litros de un perfume de 600 pts/l

$$600 \cdot x + 10 \cdot 800 = (x+10) \cdot 760; \quad 600x + 8000 = 760x + 7600 \quad \cdot \quad 160x = 400$$

$$x = \frac{400}{160} = 2.5 \text{ l} \quad \cdot \quad \text{SOL: } \boxed{2.5 \text{ l de } 600 \text{ pts/l}}$$

# INECUACIONES

1.- Resolver las siguientes inecuaciones de 1º grado:

A)  $2x - (x+5) \geq 2$       B)  $\frac{x-2}{3} - \frac{x+1}{4} < -2(x+5)$       C)  $x-3 \geq 3(x-2) - 2x$   
 D)  $\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$       E)  $-\frac{x}{2} > -3+x$       F)  $3 \left[ (x-2) - \frac{x+4}{2} \right] \geq 0$

2.- Resolver las siguientes inecuaciones de 2º grado:

A)  $x^2 - 6x + 5 < 0$       B)  $-3x^2 + 4x \geq 0$       C)  $(x-2)(x+3) < 0$   
 D)  $x^2 - 2x + 5 \leq 1$       E)  $x^2 - 4 \geq 0$       F)  $(x + \frac{7}{3})(-x+2) < 0$

3.- Resolver las siguientes inecuaciones ~~algebraicas~~ racionales:

A)  $\frac{3}{2-x} < 0$       B)  $\frac{3x-5}{x+4} \leq 2$       C)  $\frac{1}{x} < 1$       D)  $\frac{x-2}{x+5} \leq 0$       E)  $\frac{x^2 - 2x + 1}{(x-4)} \leq 0$

4.- Resolver los siguientes sistemas de inecuaciones de 1º grado con una incógnita:

A)  $\begin{cases} 2x-5 \geq 3 \\ -x+1 < 2 \end{cases}$       B)  $\begin{cases} 3x-2(x+5) < 2-(x+5) \\ \frac{x-2}{4} \leq 2(3x-1) \end{cases}$       C)  $\begin{cases} 3x-2 \leq 4x \\ \frac{x+5}{2} < 3 \\ 3x-7 > 2(x-1) \end{cases}$

5.- Resolver las siguientes inecuaciones lineales con 2 incógnitas:

A)  $2x - 3y \leq 2$       B)  $x + 5 > y$       C)  $-2x + 5y < 0$

6.- Resolver los siguientes sistemas de inecuaciones lineales con 2 incógnitas:

A)  $\begin{cases} x+y \leq 2 \\ x-y > 3 \end{cases}$       B)  $\begin{cases} 2x+3y \leq 1 \\ 3x-2y > 0 \end{cases}$       C)  $\begin{cases} 2x-3y \geq 0 \\ x+4y < 0 \end{cases}$

7.- En una heladería venden helados y polos. El número de helados y polos es menor de 50, siendo el número de helados mayor de 20. Indica el área solución y da' 3 soluciones al problema.

8.- Calcula los números cuyo triple exceda a su doble al menos en 5 unidades.

9.- Calcula los nºs tales que su doble, aumentado en 2 unidades, sea igual o menor que su triple disminuido en 3 unidades.

10.- Una tienda de reprografía puede facturar los encargos de fotocopias de 2 modos distintos: A 5 céntimos de € la unidad o cobrando un fijo de 15 céntimos de € más 2 céntimos de € por copia realizada. ¿Que número mínimo de fotocopias hay que hacer para que resulte más barata la 2ª manera de facturar que la 1ª?

11.- ¿Que números tienen su cuadrado superior a su doble al menos en 8 unidades?

12.- El contorno y el interior del cuadrado, centrado en el origen, con un vértice en A(2,0) es solución de un sistema de 4 inecuaciones lineales. Hallálas.

SOLUCION

① A)  $2x - x - 5 \geq 2$ ;  $x \geq 7$     B)  $\frac{x-2}{3} - \frac{x+1}{4} < -2x - 10$ ;  $4x - 8 - 3x - 3 < -24x - 120$ ;  $25x < -109$ ;  $x < \frac{-109}{25}$

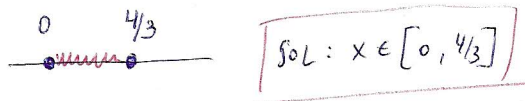
C)  $x - 3 \geq 3x - 6 - 2x$ ;  $x - 3x + 2x \geq -6 + 3$ ;  $0 \geq -3 \Rightarrow$  siempre se cumple. **SOL:  $\mathbb{R}$**

D)  $3 < x$     E)  $-x > -6 + 2x$ ;  $-3x > -6$ ;  $x < \frac{-6}{-3}$ ;  $x < 2$     F)  $3\left[x - 2 - \frac{x+4}{2}\right] \geq 0$ ;  $3\left(\frac{2x-4-x-4}{2}\right) \geq 0$

$3\left(\frac{x-8}{2}\right) \geq 0$ ;  $\frac{3x-24}{2} \geq 0$ ;  $3x - 24 \geq 0$ ;  $3x \geq 24$ ;  $x \geq 8$

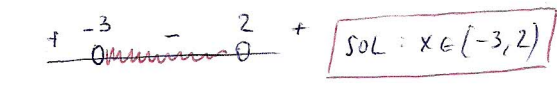
② A)  $x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} \Rightarrow 5, 1$      $\frac{+1-5}{0}$     **SOL:  $x \in (1, 5)$**

$N^\circ$	$(x-1)$	$(x-5)$	$(x-1)(x-5)$
-100	-	-	+
4	+	-	-
100	+	+	+



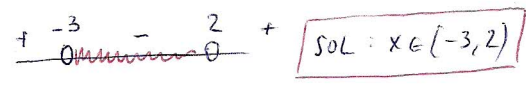
B)  $x(-3x+4) = 0 \Rightarrow x=0$  or  $x=4/3$

$N^\circ$	$x$	$(-3x+4)$	$x \cdot (-3x+4)$
-100	-	+	-
1	+	+	+
100	+	-	-



C)  $(x-2)(x+3) \geq 0$

$N^\circ$	$(x-2)$	$(x+3)$	$(x-2)(x+3)$
-100	-	-	+
0	-	+	-
100	+	+	+



D)  $x^2 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2} \rightarrow$  sin raíces. Tomo un valor cualquiera y sustituyo:

$x=0 \rightarrow x^2 - 2x + 4 \leq 0 \rightarrow 0^2 - 2 \cdot 0 + 4 \leq 0$ ;  $4 \leq 0 \Rightarrow$  No. **SOL: No tiene**

E)  $x^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$ ;  $x^2 = 4$ ;  $x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$



$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$

$N^\circ$	$(x-2)$	$(x+2)$	$(x-2)(x+2)$
-100	-	-	+
0	-	+	-
100	+	+	+

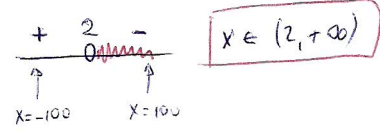
**SOL:  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$**

F)  $(x + 7/3)(-x + 2) < 0$

$N^\circ$	$(x+7/3)$	$(-x+2)$	$(x+7/3)(-x+2)$
-100	-	+	-
0	+	+	+
100	+	-	-

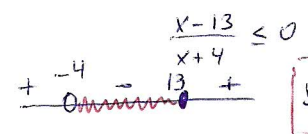
**SOL:  $(-\infty, -7/3) \cup (2, +\infty)$**

③ A)  $2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$



B)  $\frac{3x-5}{x+4} - 2 \leq 0$ ;  $\frac{3x-5-2x-8}{x+4} \leq 0$

$N^\circ$	$x-13$	$x+4$	$\frac{x-13}{x+4}$
-100	-	-	+
0	-	+	-
100	+	+	+



(-4 es < 13 por eso no se puede dividir entre 0)

C)  $\frac{1}{x} < 1$ ;  $\frac{1}{x} - 1 < 0$ ;  $\frac{1-x}{x} < 0$  ( $1-x=0 \Rightarrow x=1$ )

$N^\circ$	$1-x$	$x$	$\frac{1-x}{x}$
-100	+	-	-
0.5	+	+	+
100	-	+	-

**SOL:  $x \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$**

D)  $\frac{x-2}{x+5} \leq 0$

$x-2=0 \rightarrow x=2$   
 $x+5=0 \rightarrow x=-5$



$N^2$	$x-2$	$x+5$	$\frac{x-2}{x+5}$
-100	-	-	+
0	-	+	-
100	+	+	+

SOL:  $[-5, 2]$

E)  $\frac{x^2-2x+1}{x-4} \leq 0 \rightarrow \frac{(x-1)^2}{x-4} \leq 0$

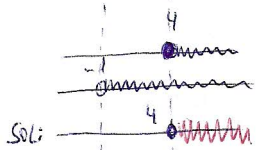
$(x-1)^2=0 \rightarrow x=1$   
 $x-4=0 \rightarrow x=4$



SOL:  $x \in (-\infty, 4)$

$N^2$	$(x-1)^2$	$x-4$	$\frac{(x-1)^2}{x-4}$
-100	+	-	-
2	+	-	-
100	+	+	+

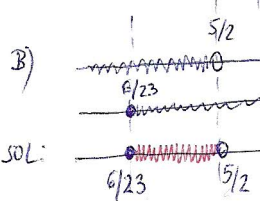
4) A)  $\begin{cases} 2x \geq 8 \rightarrow x \geq 4 \\ -x < 1; x > -1 \end{cases}$



SOL:  $x \in [4, +\infty)$

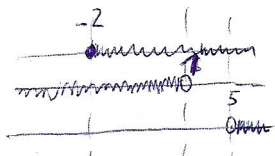
B)  $3x-2x-10 < 2-x-5 \rightarrow x < 5/2$

$x-2 \leq 24x-8 \rightarrow -23x \leq -6; x \geq \frac{6}{23}$



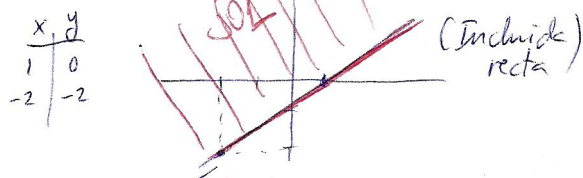
SOL:  $x \in [\frac{6}{23}, \frac{5}{2})$

C)  $\begin{cases} 3x-4x \leq 2 \rightarrow -x \leq 2; x \geq -2 \\ x+5 < 6; x < 1 \\ 3x-7 > 2x-2; x > 5 \end{cases}$



SOL: NO HAY

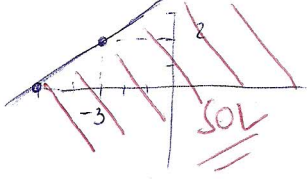
5) A)  $2x-3y=2; y=\frac{2-2x}{-3}$



Cojo (0,0)  $\rightarrow 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 \leq 2$  SI

B)  $x+5 > y \rightarrow y = x+5$

$x$	$y$
-3	2
0	5
-5	0



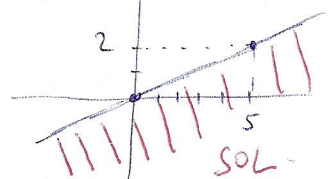
Cojo (3,0)

$3+5 > 0$  SI

C)  $-2x+5y < 0; -2x+5y=0; y=\frac{2}{5}x$

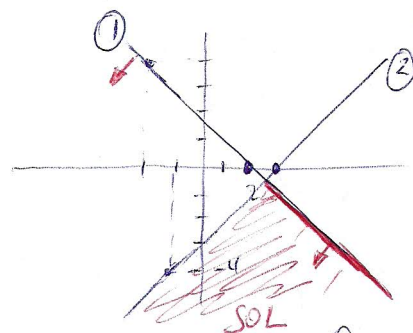
$x$	$y$
0	0
5	2

Cojo (-1,0)  $\rightarrow -2(-1)+5 \cdot 0 < 0$   
 $2 < 0 \rightarrow$  NO



6) A)  $\begin{cases} x+y \leq 2 \text{ (1)} \\ x-y > 3 \text{ (2)} \end{cases}$

$x$	$y$
2	0
-2	4

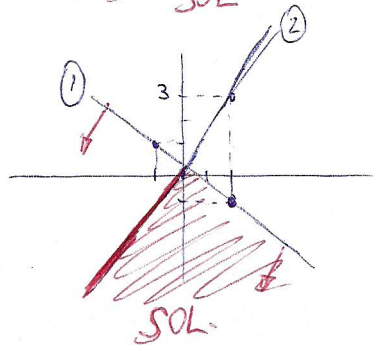


En (1) Cojo (0,0)  $\rightarrow 0+0 \leq 2$  SI

(2) Cojo (0,0)  $\rightarrow 0-0 > 3$  NO

B)  $\begin{cases} 2x+3y \leq 1 \text{ (1)} \\ 3x-2y > 0 \text{ (2)} \end{cases}$

$x$	$y$
1/2	-1/3
0	0
2/3	0

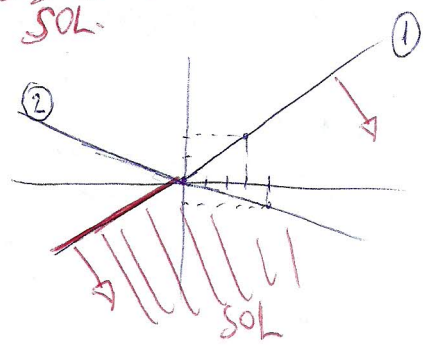


(1) Cojo (2,0)  $\rightarrow 4+0 \leq 1$  NO

(2) Cojo (0,-10)  $\rightarrow 0-2(-10) > 0$  SI

C)  $\begin{cases} 2x-3y \geq 0 \text{ (1)} \\ x+4y < 0 \text{ (2)} \end{cases}$

$x$	$y$
0	0
3/2	0
0	-1/4



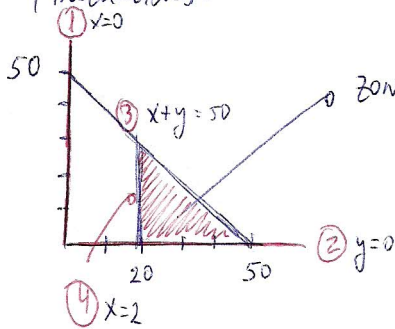
En (1) Cojo (0,50)  $\rightarrow 0-150 \geq 0$  NO

En (2) Cojo (0,-10)  $\rightarrow 0-40 < 0$  SI

7)  $x = n^{\circ}$  helados Obviamente:  $x \geq 0$  ①  $\rightarrow x=0$   
 $y = n^{\circ}$  polos  $y \geq 0$  ②  $\rightarrow y=0$

De los datos, saca otras restricciones ③  $x+y \leq 50 \rightarrow x+y=50$   $\left. \begin{matrix} (50,0) \\ (0,50) \end{matrix} \right\}$   
 ④  $x \geq 20 \rightarrow x=20$

Represento las 4 inecuaciones:



ZONA SOLUCIÓN  $\rightarrow$  h- demos 3 soluciones concretas

helados	polos
25	20
30	40
40	5
Mayor de 20	

Suma menor que 50

8)  $x = n^{\circ}$  que busquemos

$3x \geq 2x + 5 \rightarrow 3x - 2x \geq 5 ; \boxed{x \geq 5}$

SOL: Aquellos  $n^{\circ}$  mayores o iguales a 5

9)  $x = n^{\circ}$  que busquemos

$2x + 2 \leq 3x + 3 ; 2x - 3x \leq 3 - 2 ; -x \leq 1 ; \boxed{x \geq -1}$

SOL: Aquellos  $n^{\circ}$  mayores o iguales a -1

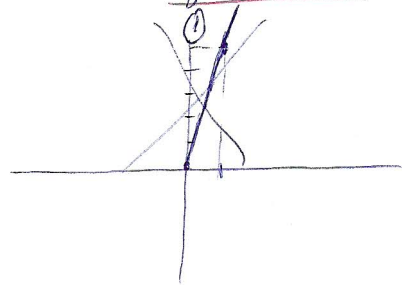
10)  $x = n^{\circ}$  fotocopias  
 $y =$  precio total  $<$  pagar en centimos

Modo 1<sup>o</sup>  $y = 5x$  ①

Modo 2<sup>o</sup>  $y = 15 + 2x$  ②

①  $y = 5x$   $\begin{matrix} x & y \\ 0 & 0 \\ 1 & 5 \end{matrix}$

②  $y = 15 + 2x$   $\begin{matrix} x & y \\ 0 & 15 \\ -5 & 5 \end{matrix}$



Hallo punto corte

$\begin{cases} y = 5x \\ y = 15 + 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x = 2x + 15 \\ 3x = 15 \\ x = 5 \end{cases}$

Con 5 copias, pago lo mismo

Con 6 fotocopias  $\rightarrow$   $\begin{cases} \text{Modo 1: } 30 \text{ cts} \\ \text{Modo 2: } 15 + 12 = 27 \text{ cts} \end{cases}$

SOL: El  $n^{\circ}$  mínimo de fotocopias es 6.

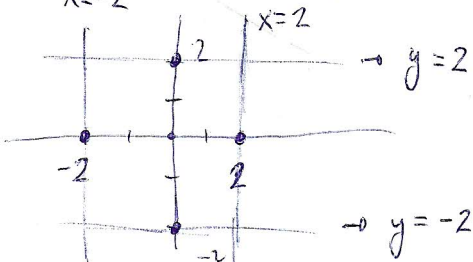
11)  $x = n^{\circ}$  buscado

$x^2 \geq 2x + 8 \rightarrow x^2 - 2x - 8 \geq 0 ; x^2 - 2x - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} \rightarrow -2$

$(x-4)(x+2) \geq 0$   $\begin{matrix} + & - & + \\ -2 & & 4 \end{matrix}$

SOL:  $n^{\circ}$  menores o iguales que -2, y los mayores o iguales que 4

12)  $y = 2$



dos inecuaciones serán:

$\begin{cases} y \leq 2, y \geq -2 \\ x \leq 2, x \geq -2 \end{cases}$