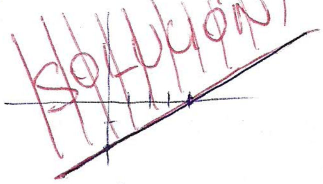
UNIDAD 4: PROGRAMACIÓN LINEAL

1.- Inecuaciones lineales con 2 incógnitas

Es una desigualdad de cualquiera de estos tipos: $ax + by > c$, $ax + by < c$, $ax + by \geq c$, $ax + by \leq c$.

Para resolverlas, seguimos el siguiente procedimiento:

1) Transformamos la inecuación en ecuación, por lo que tenemos una recta 2) Representamos la recta (Despejamos una variable, normalmente y, hacemos tabla de valores y hallamos 2 ó 3 puntos) 3) Tomamos al azar un punto de un semiplano (es cómodo que alguna de las coordenadas sea 0). Si ese punto verifica la inecuación, ese semiplano es solución. Si no, lo es el otro. Para que la recta sea parte de la solución, la desigualdad debe ser del tipo $\leq$, $\geq$.



Ejemplo: Resolver $x - 2y \leq 4$; 1) $x - 2y = 4$ 2) $y = \frac{x-4}{2}$

x	y
4	0
0	-2

3) Tomo un punto al azar → Ej (0,0) ⇒ sustituyo en la inecuación

$0 - 2 \cdot 0 \leq 4$; $0 \leq 4$ si ⇒ semiplano solución, además de la recta

2.- Sistema de inecuaciones lineales con 2 incógnitas

Para resolver un sistema, procedemos de la siguiente manera.

1) Se resuelve cada inecuación por separado, señalando cada semiplano solución

2) La zona solución (si la hay), será aquella que verifique a la vez todas las inecuaciones.

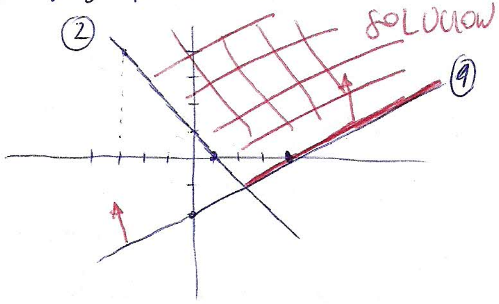
Ejemplo: Resolver $\begin{cases} x - 2y \leq 4 & (1) \\ x + y > 1 & (2) \end{cases}$

(1) $x - 2y = 4$; $y = \frac{x-4}{2}$

x	y
4	0
0	-2

(2) $x + y = 1$; $y = 1 - x$

x	y
1	0
-3	4



Tomo un punto de la zona situada por encima de (1)

P.ej (-3,0) → llevo a inec. (2) → $-3 + 0 > 1$ NO ⇒ Sol: la otra.

Para verificar, tomo un punto de la zona solución = (0,8) → (1) $0 - 16 \leq 4$ SI ; (2) $0 + 8 > 1$ SI

3.- Programación Lineal (P.L)

Introducida por el matemático Dantzig, es una herramienta que permite resolver problemas en muchas áreas: Economía, Tecnología, etc.

En general, la P.L pretende OPTIMIZAR una función lineal de varias variables (Nosotros trabajaremos con 2) llamada FUNCIÓN OBJETIVO que habrá que MAXIMIZAR o MINIMIZAR, sujeta a una serie de inecuaciones lineales llamadas RESTRICCIONES.

Otras definiciones que manejaremos son:

- Variables de decisión (las variables propiamente dichas), Región Factible (Zona del plano si trabajamos con 2 variables, acotada o no, en donde se encuentran todas las soluciones).

Solución Óptima: Valor o valores de la región factible que verifican por tanto todas las restricciones, y que optimizan (maximizan o minimizan) la función objetivo.

Atendiendo al tipo de solución de un problema de P.L, estos pueden ser:

- Factibles: si tienen solución. Esta puede ser única o múltiple.
- No Factibles: No hay solución. Es decir, ningún valor cumple con todas las restricciones.

A la hora de resolver un problema de P.L, seguimos los siguientes pasos (muy generales, igual que la mayoría de problemas):

1.- Recoger la información importante (a ser posible, tabulando los datos)
2.- Determinar cuales son las variables de decisión, y darles un nombre.
3.- Escribir restricciones como inecuaciones y la función objetivo.
4.- Resolver el problema, bien analíticamente o gráficamente.

4.- Métodos de resolución de un problema de P.L

Cuando el nº de variables de decisión es numeroso, estos problemas se calculan mediante ordenadores, usando el método SIMPLEX.

En nuestro caso, y con 2 variables, lo tendremos más fácil. Tendremos en cuenta lo siguiente:

1) Si hay una única solución, ésta se encontrará siempre en un vértice (punto de corte entre 2 rectas), y nunca en el interior de la región factible.

2) Si hay 2 vértices con la misma solución, diremos que todos los puntos de ese segmento tendrán la misma solución. En este caso, el problema tiene solución múltiple.

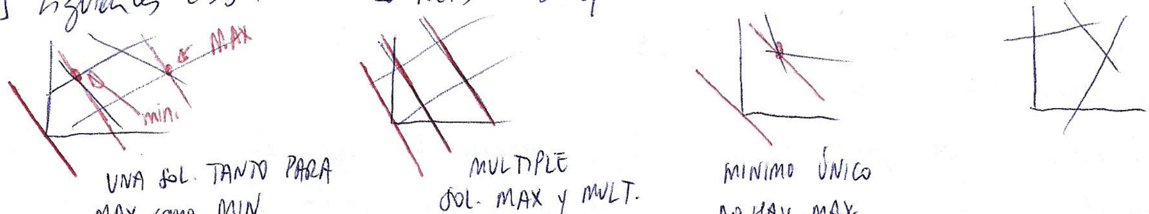
3) Si la región factible no está acotada, es posible que no halla solución, pero si la hay, se encontrará seguro en alguno de los vértices.

Con estas premisas, podemos usar 2 procedimientos. (A) Mét. analítico (B) Mét. gráfico.

(A) Mét. analítico

Es simplemente hacer numéricamente todo lo descrito. Plantear el problema, hallar las coordenadas de los vértices y sustituirlos en la función objetivo. Aquel o aquellos valores que la optimicen, serán solución del sistema.

(B) Mét. gráfico: Menos útil, ya que necesitamos representar con gran fidelidad (papel milimetrado) tanto la región factible como la recta que representa la función objetivo. Se trata de recorrer la región factible con rectas paralelas a la función objetivo (que se llaman rectas de nivel). Será solución aquel vértice que optimice. Podemos encontrar los siguientes casos: La recta de beneficio nulo



UNA SOL. TANTO PARA MAX como MIN — MULTIPLE SOL. MAX y MULT. MINIMO — MINIMO ÚNICO NO HAY MAX.

ACOTADAS

5.- Problema del transporte

Problema particular de P.L en donde el objetivo es determinar cuantas unidades de producto deben enviarse desde cada origen hasta cada destino de forma que se minimicen los costes totales de distribución, se satisfaga la demanda de cada destino y no se exceda la capacidad de oferta.

EJEMPLOS P.L

(1) Una fábrica produce frigoríficos con un congelador o con 2 congeladores. Los de un congelador necesitan de 3 horas de montaje y 3 horas de acabado y los de 2 congeladores necesitan 3 horas de montaje y el doble de estas horas de acabado. El máximo nº de horas diarias de que dispone la empresa es de 120 en montaje y 180 en acabado. El beneficio es de 300 € por cada frigorífico con congelador y 400 € por cada uno con 2 congeladores.
¿Cuántos frigoríficos de cada tipo tendrá que vender para conseguir un beneficio máximo?

1) Tabla

	Frigoríficos con 1 cong.	Frigoríficos con 2 congeladores	Total Horas diarias
Horas diarias montaje	3	3	120
Horas diarias acabado	3	6	180
Beneficio (€)	300	400	

2) Variables decisión
x = nº frigoríficos con un (1) congelador
y = " " " dos (2) congelador

3) Restricciones y función objetivo
$$\begin{cases} x \geq 0 & \text{(Por defecto. El nº de frigoríficos no puede ser negativo)} \\ y \geq 0 \\ 3x + 3y \leq 120 & \text{(No puedo gastar más de 120 h)} \\ 3x + 6y \leq 180 \end{cases}$$

Función objetivo → $Z = 300x + 400y$ (MAXIMIZAR)

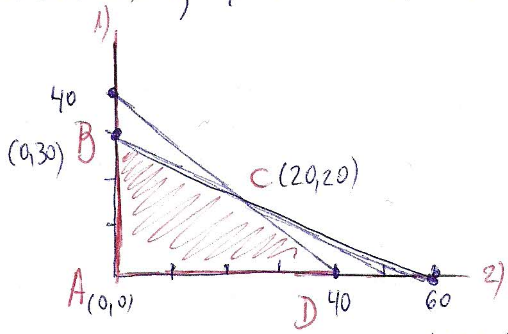
4) Resolución → Dibujamos región factible y hallamos coordenadas gráficas de los vértices.

1) $x = 0$ (semieje positivo eje Y)
2) $y = 0$ (" " eje X)
3) $3x + 3y = 120 \Leftrightarrow x + y = 40 \rightarrow y = 40 - x$

x	y
0	40
40	0

4) $3x + 6y = 180 \Leftrightarrow x + 2y = 60$; $y = \frac{60-x}{2}$

x	y
60	0
0	30



Vértices → A(0,0), B(0,30), C {Igualo ec. $40 - x = \frac{60-x}{2}$; $80 - 2x = 60 - x$; $x = 20 \rightarrow y = 20$ → (20,20), D(40,0)
→ El Máx. estará en uno de esos valores
$Z(0,0) = 0$, $Z(0,30) = 400 \cdot 30 = 12000$ € , $Z(20,20) = 20 \cdot 300 + 20 \cdot 400 = 14000$ € , $Z(40,0) = 300 \cdot 40 = 12000$
SOL: Se deben vender 20 de cada clase, con beneficio de 14000 €

(2) Para abastecer de madera a 3 aserraderos A_1, A_2 y A_3, hay 2 bosques B_1 y B_2 que producen 26 t y 30 t respectivamente. Las necesidades de cada aserradero son: 20, 22 y 14 t. Si los costes de transporte por t. de los bosques a los aserraderos son (en cientos de €) la tabla adjunta, hallar el modo de transportar por el coste mínimo

Bosques \ Aserradero	A_1	A_2	A_3
B_1	1	3	1
B_2	2	1	1

x → Madera del bosque B_1 a A_1
y → " " " B_1 a A_2.
Con estas 2 incógnitas, y sabiendo los topes, construimos la siguiente tabla.

Bosques \ Asem	A_1	A_2	A_3	Σ
B_1	x	y	$26-x-y$	26
B_2	$20-x$	$22-y$	$-12+x+y$	30
Σ	20	22	14	56

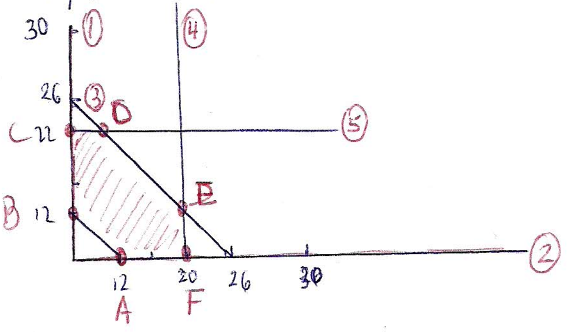
56 → todo lo que se produce = todo lo que se reparte

Restricciones ⇒ Esos 6 valores deben ser ≥ 0 → $\{ \underset{①}{x \geq 0},\ \underset{②}{y \geq 0},\ \underset{③}{26-x-y \geq 0},\ \underset{④}{20-x \geq 0},\ \underset{⑤}{22-y \geq 0},\ \underset{⑥}{-12+x+y \geq 0}$

Funcion objetivo (z) = Combinando las 2 tablas ⇒ $z = x + 3y + 26-x-y + 2\cdot(20-x) + 22-y + (-12+x+y)$ MIN. ~~MAX~~

Operando y simplificando → $z = -x + 2y + 76$

Represento rectas:



① $x=0$ ② $y=0$ ③ $26-x-y=0$; $y = 26-x \begin{cases} (0,26) \\ (26,0) \end{cases}$

④ $20-x=0$; $x=20$ ⑤ $22-y=0$; $y=22$ ⑥ $-12+x+y=0$

$y = 12-x \begin{cases} (12,0) \\ (0,12) \end{cases}$

La región factible es un hexágono irregular.

Las coordenadas de los vértices son:

Ⓐ $(12,0)$ Ⓑ $(0,12)$ Ⓒ $(0,22)$

Ⓓ Corte de 3 y 5 $\begin{cases} y = 26-x \\ y = 22 \end{cases}$ → $(4,22)$ Ⓔ Corte de 3 y 4 $\begin{cases} y = 26-x \\ x = 20 \end{cases}$ $(20,6)$

Ⓕ $(20,0)$

Sustituyendo en la función objetivo ⇒

$z(12,0) = -12 + 76 = 64$; $z(0,12) = 2\cdot 12 + 76 = 100$; $z(0,22) = 2\cdot 22 + 76 = 120$, $z(4,22) = -4 + 2\cdot 22 + 76 = 116$

$z(20,6) = -20 + 6\cdot 2 + 76 = 68$; $z(20,0) = -20 + 76 = \boxed{56}$ → Valor mas bajo.

La solución es $x = 20$, $y = 0$ ⇒ sustituyendo en mi tabla

	A_1	A_2	A_3
B_1	20	0	6
B_2	0	22	8

AUTOEVALUACIÓN

1. El punto que pertenece a la región de soluciones de la inecuación $5x - 4y < 40$ es:

a) $(4, -5)$ b) $(5, -5)$ c) $(2, 2)$

2. El punto que pertenece a la región de soluciones del sistema de inecuaciones siguiente es:

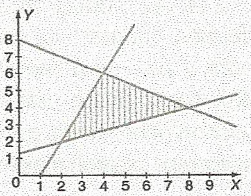
$$\{5x - 3y \geq -2;\quad x - 2y \leq -6;\quad 2x + 3y \leq 37\}$$

a) $(2, 8)$ b) $(6, 6)$ c) $(4, 4)$

3. Los vértices de la región de soluciones de la actividad anterior son:

a) $(2, 4)$; $(5, 9)$ y $(8, 7)$ b) $(4, 2)$; $(9, 5)$ y $(8, 7)$ c) $(2, 4)$; $(5, 0)$ y $(7, 8)$

4. El sistema de inecuaciones cuya región factible aparece en el dibujo (zona rayada) es:



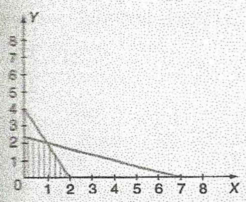
a) $\{3x - y \leq -4;\quad x - 2y \geq 2;\quad x + 2y \leq 16\}$

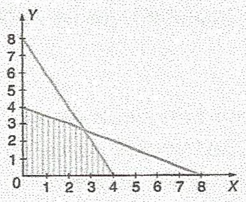
b) $\{x - 3y \leq 4;\quad 2x - y \leq 2;\quad 2x + y \leq 16\}$

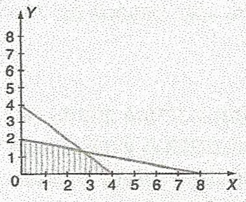
c) $\{x - 3y \leq -4;\quad 2x - y \geq 2;\quad x + 2y \leq 16\}$

5. La representación gráfica de la región factible asociada al sistema de inecuaciones siguiente es:

$$\{2x + y \leq 4;\quad x + 3y \leq 7;\quad x \geq 0;\quad y \geq 0\}$$

a) 

b) 

c) 

6. La función $z = x + 3y$ alcanza un valor mínimo en la región factible de la actividad anterior, en el vértice de coordenadas:

a) $(2, 0)$ b) $(0, 0)$ c) $(0, 4)$

7. La función $z = x + 3y$ alcanza un valor máximo en la región factible de la actividad número 5, en todos los puntos del segmento de vértices:

a) $(0, 7/3)$ y $(1, 2)$ b) $(1, 2)$ y $(2, 0)$ c) $(0, 0)$ y $(0, 4)$

8. Una librería dispone de 60 cuadernos, 50 carpetas y 40 bolígrafos para formar lotes del tipo *A*, con 2 cuadernos, 1 carpeta y 2 bolígrafos, y lotes del tipo *B*, con 3 cuadernos, 1 carpeta y 1 bolígrafo. Un lote del tipo *A* produce un beneficio de 1,6 euros y un lote del tipo *B* da un beneficio de 1,8 euros. Llamando x al número de lotes del tipo *A* e y a los del tipo *B*, la función a optimizar será:

a) $z = 2x + 3y$ b) $z = 3x + 2y$ c) $z = 1{,}6x + 1{,}8y$

9. El número de lotes de cada tipo, de la actividad anterior, que deben formarse para maximizar el beneficio es:

a) 10 de *A* y 15 de *B*. b) 15 de *A* y 10 de *B*. c) 20 de *A* y 20 de *B*.

10. En un almacén se guarda aceite de soja y de oliva. Para atender a los clientes han de tener un mínimo de 20 bidones de aceite de soja y 60 bidones de aceite de oliva. Los gastos de almacenaje son de 2,4 euros para un bidón de aceite de soja y de 1,8 euros para un bidón de aceite de oliva. Teniendo en cuenta que la capacidad total del almacén es de 100 bidones, el gasto mínimo de almacenaje es de:

a) 156 euros b) 204 euros c) 192 euros

ACTIVIDADES FINALES

ACCESO A LA UNIVERSIDAD

■ 26. Dado el siguiente sistema de desigualdades lineales: $\begin{cases} x \geq 0;\ y \geq 0 \\ x + 4y \leq 16 \\ x + 2y \leq 10 \\ 2x + y \leq 14 \end{cases}$

a) Represéntalo gráficamente.

b) Maximiza $f = 3x + 5y$ sujeta a las restricciones anteriores.

c) Discute razonadamente si el resultado obtenido en el apartado b) seguirá siendo el mismo al añadir la condición $x \leq 5$.

■ 27. Una fábrica produce chaquetas y pantalones. Tres máquinas diferentes (de cortar, coser y tintar) son empleadas en la producción. Fabricar una chaqueta supone utilizar la máquina de cortar una hora, la de coser tres horas y la de tintar una hora, y, para unos pantalones, la máquina de cortar una hora, la de coser una hora y la tintar no se utiliza. La máquina de tintar se puede usar durante tres horas, la de coser doce y la de cortar siete. Todo lo que se fabrica es vendido y se saca un beneficio de ocho euros por cada chaqueta y de cinco por cada pantalón. ¿Cómo emplearemos las máquinas si queremos sacar el máximo beneficio posible? Da la respuesta en números enteros.

■ 28. Un orfebre fabrica dos tipos de joyas. Cada joya tipo *A* se hace con 1 g de oro y 1,5 g de plata y se vende a 24 euros. La de tipo *B* se vende a 30 euros y lleva 1,5 g de oro y 1 g de plata.

Si el orfebre sólo dispone de 750 g de cada metal, ¿cuántas joyas ha de fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio?

■ 29. Se va a organizar una planta de un taller de automóviles donde van a trabajar electricistas y mecánicos. Por necesidades de mercado, es necesario que haya mayor o igual número de mecánicos que de electricistas y que el número de mecánicos no supere al doble del de electricistas.

En total hay disponibles 30 electricistas y 20 mecánicos. El beneficio de la empresa por jornadas es de 150 euros por electricista y 120 euros por mecánico.

¿Cuántos trabajadores de cada especialidad deben elegirse para obtener beneficio máximo?

■ 30. Una empresa compra 5 autobuses a una factoría francesa y 7 a una alemana. Quiere proveer al menos de 6 autobuses a la estación de Palma y al menos de 3 a la de Inca.

¿Cuántos autobuses de cada tipo colocará la empresa en cada estación si desea que el coste sea mínimo, siendo el coste del tipo de autobús, según destino, el indicado en la tabla?

	Francés	Alemán
Palma	4	16
Inca	9	17

■ 31. Una fábrica produce gasolina y gasóleo en las siguientes condiciones: puede producir como máximo una tonelada de cada producto y el mínimo operativo es de 100 kg por producto. Los precios de venta son de 0,25 euros/kg la gasolina y de 0,2 euros/kg el gasóleo. Si produce en total 1 700 kg, ¿cuál será la producción que maximiza los ingresos?

AUTOEVALUACIÓN PROGRAMACIÓN LINEAL

1 Sustituyendo cada punto en la inecuación:

a) $(4,-5) \Rightarrow 5\cdot 4-4\cdot(-5)<40$; $40<40$ NO b) $(5,-5) \Rightarrow 5\cdot 5-4\cdot(-5)<40$; $45<40 \rightarrow$ NO

c) $(2,2) \Rightarrow 5\cdot 2-4\cdot 2<40$; $2<40 \Rightarrow$ SI $\rightarrow$ c

2 $\begin{cases} 5x-3y \geq -2 & (1) \\ x-2y \leq -6 & (2) \\ 2x+3y \leq 37 & (3) \end{cases}$

a) $(2,8)$ (1) $10-24 \geq -2$ NO

b) $(6,6)$ (1) $30-18 \geq -2$ SI (2) $6-12 \leq -6$ SI (3) $12+18 \leq 37$ SI

b

c) $(4,4)$ (1) $20-12 \geq -2$ SI (2) $4-8 \leq -6$ NO

3 Transformamos las inecuaciones en ecuaciones, y resolvemos sistemas de 2 en 2:

(1)(2) $\begin{cases} 5x-3y=-2 \\ x-2y=-6 \end{cases}$ $\xrightarrow{\times(-5)}$ $\begin{cases} 5x-3y=-2 \\ -5x+10y=30 \end{cases}$ + ; $7y=28 \rightarrow y=4$; (2) $x-8=-6$, $x=2$; $(2,4)$

(1)(3) $\begin{cases} 5x-3y=-2 \\ 2x+3y=37 \end{cases}$ + ; $7x=35 \rightarrow x=5$; (3) $2\cdot 5+3y=37$, $y=9$; $(5,9)$

(2)(3) $\begin{cases} x-2y=-6 \\ 2x+3y=37 \end{cases}$ $\xrightarrow{\times(-2)}$ $\begin{cases} -2x+4y=12 \\ 2x+3y=37 \end{cases}$; $7y=49 \rightarrow y=7$; (2) $x-14=-6$, $x=8$; $(8,7)$

Puntos corte $\begin{cases} (2,4) \\ (5,9) \\ (8,7) \end{cases} \rightarrow$ a

4 Observando el dibujo hay 2 rectas con pendiente positiva y una con negativa. Las 3 posibles soluciones cumplen con esto.

Otro detalle: Hay 2 puntos de corte con los ejes claros: $(0,8)$ y $(1,0)$. Vamos a ver, transformando las inecuaciones en ecuaciones, qué trío cumple con esas coordenadas:

a) $\begin{cases} 3x-y=-4 \rightarrow y=3x+4 & \text{NO } (1,0) \text{ NO } (0,8) \\ x-2y=2 \rightarrow y=\frac{x-2}{2} & \text{NO } (1,0) \text{ NO } (0,8) \\ x+2y=16 \rightarrow y=\frac{16-x}{2} & \text{NO } (1,0) \text{ SI } (0,8) \end{cases}$ → Descartado. Ninguna pasa por $(1,0)$

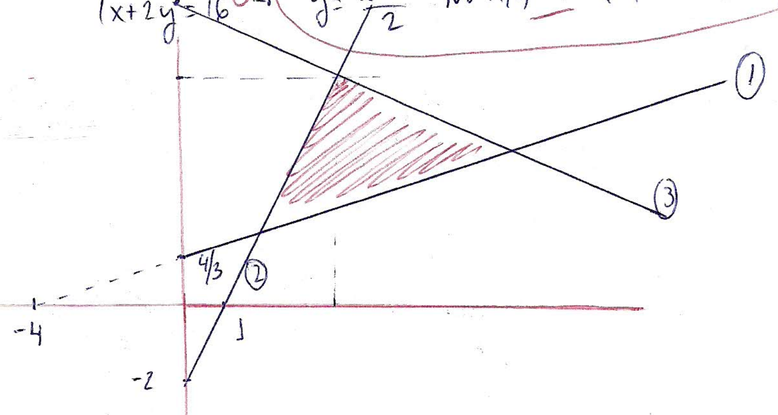
b) $\begin{cases} x-3y=4 \rightarrow y=\frac{x-4}{3} & \text{NO } (1,0) \text{ NO } (0,8) \\ 2x-y=2 \rightarrow y=2x-2 & \text{SI } (1,0) \text{ NO } (0,8) \\ 2x+y=16 \rightarrow y=16-2x & \text{NO } (1,0) \text{ NO } (0,8) \end{cases}$

↑ Descartado. Ninguna pasa por $(0,8)$

c) $\begin{cases} x-3y=-4 & (1) \rightarrow y=\frac{x+4}{3} & \text{NO } (1,0) \text{ NO } (0,8) \\ 2x-y=2 & (2) \rightarrow y=2x-2 & \text{SI } (1,0) \text{ NO } (0,8) \\ x+2y=16 & (3) \rightarrow y=\frac{16-x}{2} & \text{NO } (1,0) \text{ SI } (0,8) \end{cases}$ → SOLUCIÓN c

(1) $y=\frac{x+4}{3}$ $\begin{cases} (0, 4/3) \\ (-4,0) \end{cases}$ (2) $y=2x-2$ $\begin{cases} (0,-2) \\ (1,0) \end{cases}$

(3) $y=\frac{16-x}{2}$ $\begin{cases} (0,8) \\ (4,6) \end{cases}$

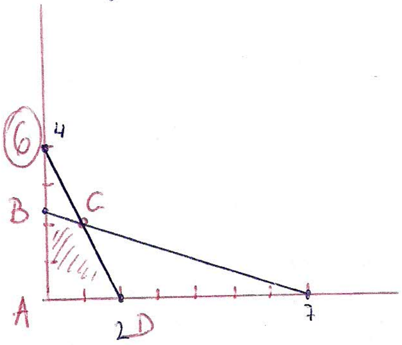


5 $\begin{cases} 2x+y \le 4 \\ x+3y \le 7 \\ x \ge 0 \;;\; y \ge 0 \end{cases}$ $\rightarrow 2x+y=4 \rightarrow y=4-2x \begin{cases}(0,4)\\(2,0)\end{cases}$

$\rightarrow x+3y=7 \begin{cases}(0,7/3)\\(7,0)\end{cases}$

Según dibujos, puntos de corte son $\begin{cases} (0,4) \text{ y } (2,0) \\ (0, 2 \text{ y pico}) \text{ y } (7,0)\end{cases}$ a → ⇒ Concuerdan con los cálculos

6



$z = x+3y$ (minimizar)

Vértices $\begin{cases} A(0,0) \;,\; B(0,7/3) \\ D(2,0) \end{cases}$, $C \begin{cases} y = 4-2x \\ y = \frac{7-x}{3} \end{cases}$ $4-2x = \frac{7-x}{3}$; $12-6x = 7-x$; $-5x=-5$; $x=1 \rightarrow y=2$ $(1,2)$

$z(0,0)=0$; $z(0,7/3)=7$, $z(1,2)=7$, $z(2,0)=2$ → Mínimo en $z(0,0)$

SOL: b

NOTA: He buscado los vértices porque si hay un MAX o un min, está en ellos.

7 $z = x+3y$ (MAXIMIZAR)

$z(0,0)=0$, $z(0,7/3)=7$, $z(1,2)=7$, $z(2,0)=2$. Como el valor en $(0,7/3)$ y $(1,2)$ es el mismo, podemos decir que todos los puntos de ese segmento tienen $z=7$, por lo que todos son máximos.

SOL: a

8

	lotes A	lotes B	≤
cuadernos	2	3	60
carpetas	1	1	50
bolígrafos	2	1	40
Beneficio	1'6€	1'8€	

x = nº lotes tipo A

y = nº lotes tipo B

Restricciones $\begin{cases} x \ge 0 \; (1) \\ y \ge 0 \; (2) \\ 2x+3y \le 60 \; (3) \\ x+y \le 50 \; (4) \\ 2x+y \le 40 \; (5) \end{cases}$

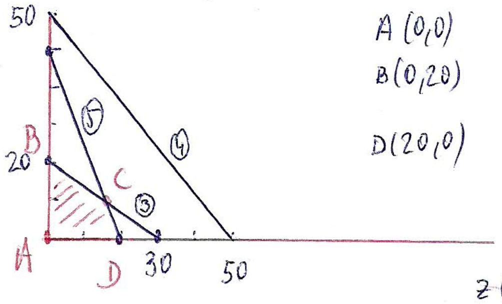
Función objetivo:

$z = 1'6x + 1'8y$ (Maximizar)

→ c

(3) → $2x+3y=60 \begin{cases}(0,20)\\(30,0)\end{cases}$ (4) $x+y=50 \begin{cases}(50,0)\\(0,50)\end{cases}$ (5) $\{ 2x+y=40 \begin{cases}(20,0)\\(0,40)\end{cases}$

9 Dibujamos región factible y hallamos vértices:



A(0,0)

B(0,20)

D(20,0)

$C \begin{cases} 2x+3y=60 \\ 2x+y=40 \end{cases} \xrightarrow{x(-1)} \begin{cases} -\cancel{2x}-3y=-60 \\ \cancel{2x}+y=40 \end{cases}$

$-2y=-20 \rightarrow y=10$; $2x=30$; $x=15$

(15,10)

$z(0,0)=0$, $z(0,20)=36$, $z(15,10)=42$, $z(20,0)=32$

SOL: 15 de A y 10 de B → b

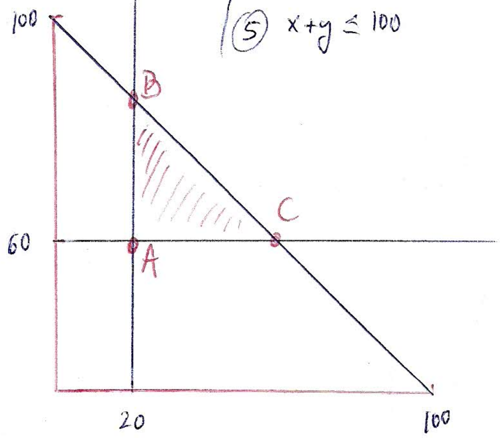
10

	Aceite soja	Aceite oliva	Total
nº bidones	20 (min.)	60 (mínimo)	100 (máximo)
Gastos almacenaje	2'4	1'8	

x = nº bidones de soja

y = nº bidones de oliva

Restricciones $\begin{cases} (1)\ x \geq 0 \quad (2)\ y \geq 0 \\ (3)\ x \geq 20 \quad (4)\ y \geq 60 \\ (5)\ x + y \leq 100 \end{cases}$



$z = 2'4x + 1'8y$ (MINIMIZAR)

(3) $x = 20$ (4) $y = 60$ (5) $x + y = 100$ $\begin{cases} (0,100) \\ (100,0) \end{cases}$

$A(20,60)$, $B(20,80)$, $C(40,60)$

$z(20,60) = 156$ €, $z(20,80) = 192$ €, $z(40,60) = 204$ €

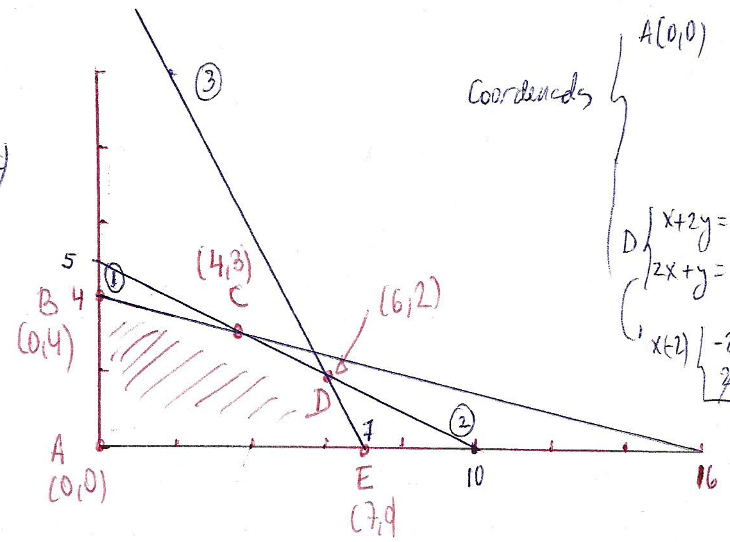
Sol: 20 bidones de soja y 60 de oliva.

ACCESO A LA UNIVERSIDAD

26 $\begin{cases} x=0,\ y=0 \\ x+4y=16 \ (1) \\ x+2y=10 \ (2) \\ 2x+y=14 \ (3) \end{cases}$

(1) $x+4y=16$ $\begin{cases}(0,4)\\(16,0)\end{cases}$ (2) $x+2y=10$ $\begin{cases}(0,5)\\(10,0)\end{cases}$ (3) $2x+y=14$ $\begin{cases}(0,14),\ (2,10)\\(7,0)\end{cases}$

a)



Coordenadas $A(0,0)$, $B(0,4)$, $C\begin{cases}x+4y=16\\x+2y=10\end{cases}$

$x(-1) \to \begin{cases}x+4y=16\\-x-2y=-10\end{cases}$

$2y=6$

$y=3 \to x=4$

$C(4,3)$

$D\begin{cases}x+2y=10\\2x+y=14\end{cases}$

$x(-2)\begin{cases}-2x-4y=-20\\2x+y=14\end{cases}$

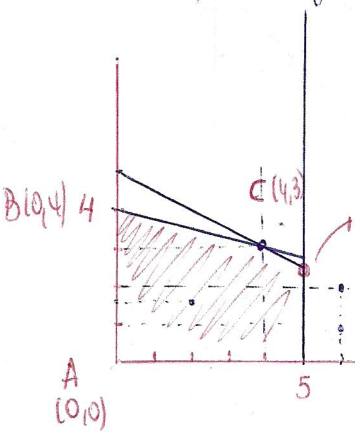
$-3y=-6$

$y=2 \to x=6$ $D(6,2)$

Maximizamos $z = 3x+5y$

$z(0,0)=0$, $z(0,4)=20$, $z(4,3)=27$, $\boxed{z(6,2)=28}$, $z(7,0)=21$ → MAX para $x=6$, $y=2$ y vale 28.

c) Si añadimos $x \leq 5$, $(6,2)$ ya no pertenece a la región factible, porque 6 es mayor que 5.



$\begin{cases}x+2y=10\\x=5\end{cases}$

$z(0,0)=0$

$z(0,4)=20$

$z(4,3)=27$

$z(5,2'5) = 5\cdot3+2'5\cdot5 = 27'5$ → Nuevo Máximo

27

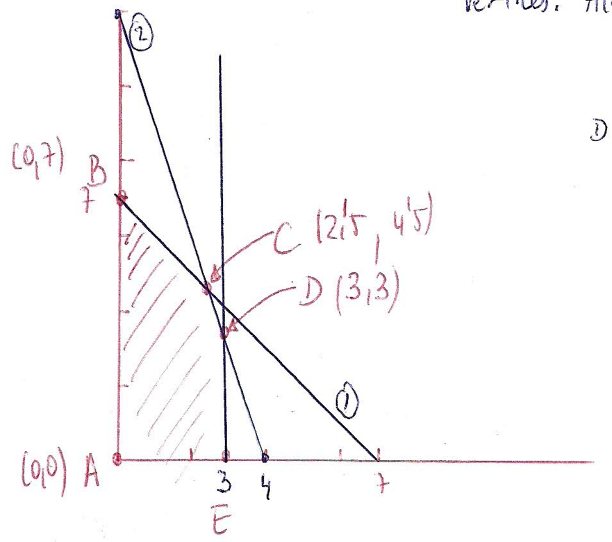
	Chaquetas	Pantalones	Máximo
Cortar	1	1	7
Coser	3	1	12
Teñir	1	0	3
Beneficio	8€	5€	

x = nº chaquetas
y = nº pantalones.

Restricciones $\begin{cases} x \geq 0,\ y \geq 0 \\ x+y \leq 7 \ (1) \\ 3x+y \leq 12 \ (2) \\ x \leq 3 \ (3) \end{cases}$

F. objetivo: $8x+5y=Z$ (Maximizar)

(1) $x+y=7 \begin{cases}(7,0)\\(0,7)\end{cases}$ (2) $3x+y=12 \begin{cases}(0,12)\\(4,0)\end{cases}$ (3) $x=3$



Vértices: A(0,0), B(0,7), C $\begin{cases}x+y=7\\3x+y=12\end{cases}$ $\xrightarrow{x(-1)}$ $\begin{cases}-x-y=-7\\3x+y=12\end{cases}$ +

$2x=5 \to x=2'5 \to y=4'5$

(2'5, 4'5)

D $\begin{cases}3x+y=12\\x=3\end{cases}$ (3,3)

Maximizamos:

Decimales. Dice nº enteros

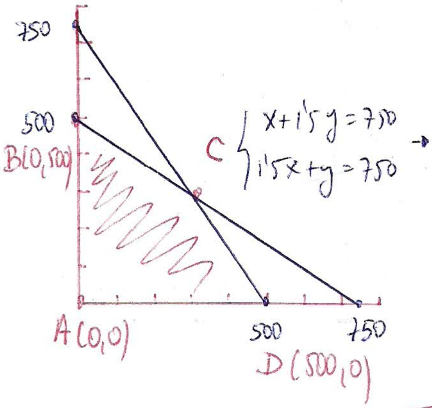
$Z(0,0)=0$, $Z(0,7)=35$ €, $Z(2'5,4'5)=32'5$ €

$\boxed{Z(3,3)=39€}$ → Solución

Debe fabricar 3 chaquetas y 3 pantalones.

28

	Joya A	Joya B	Máx
g. oro	1	1'5	750
g. Plata	1'5	1	750
Beneficios	24 €	30 €	



C $\begin{cases}x+1'5y=750\\1'5x+y=750\end{cases}$ → (300,300)

Restricciones $\begin{cases}x\geq 0,\ y\geq 0\\ x+1'5y \leq 750 \ (1)\\ 1'5x+y \leq 750 \ (2)\end{cases}$

$Z=24x+30y$ (Maximizar)

(1) $x+1'5y=750 \begin{cases}(0,500)\\(750,0)\end{cases}$

(2) $1'5x+y=750 \begin{cases}(0,750)\\(500,0)\end{cases}$

$Z(0,0)=0$, $Z(0,500)=15000$ €, $\boxed{Z(300,300)=16200€}$ $Z(500,0)=12000$ €

Solución

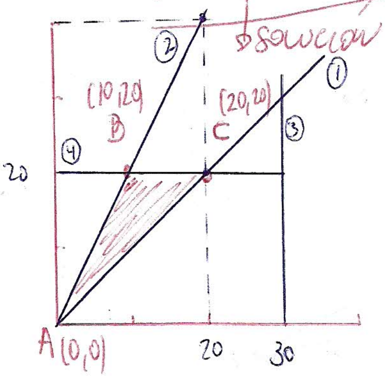
Debe fabricar 300 g. de cada joya.

29

x = nº electricistas
y = nº mecánicos

Restricciones $\begin{cases}x\geq 0,\ y\geq 0\\ y\geq x \ (1)\\ y\leq 2x \ (2)\\ x\leq 30 \ (3)\\ y\leq 20 \ (4)\end{cases}$

$Z=150x+120y$ (MAX)



(1) $x=y \begin{cases}(0,0)\\(20,20)\end{cases}$ (2) $y=2x \begin{cases}(0,0)\\(20,40)\end{cases}$ (3) $x=30$ (4) $y=20$

(B) $\begin{cases}y=2x\\y=20\end{cases}$ B(10,20)

(C) $\begin{cases}x=y\\y=20\end{cases}$ C(20,20)

$Z(0,0)=0$, $Z(10,20)=3900$ €, $Z(20,20)=5400$ €

Deben trabajar 20 de cada clase

30

	Autobús Francés	Autobús Alemán	SUMATORIO(Σ)
Palma	x 5	y 4	9 (≥ 6)
Inca	5-X 0	7-y 3	3 (≥ 3)
Σ	5	7	12

x= nº autobuses de marca francesa que van a Palma

y= nº autobuses de alemanes que van a palma.

Restricciones $\begin{cases} x \geq 0, \ y \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \quad (1) \\ 7-y \geq 0 \quad (2) \end{cases}$

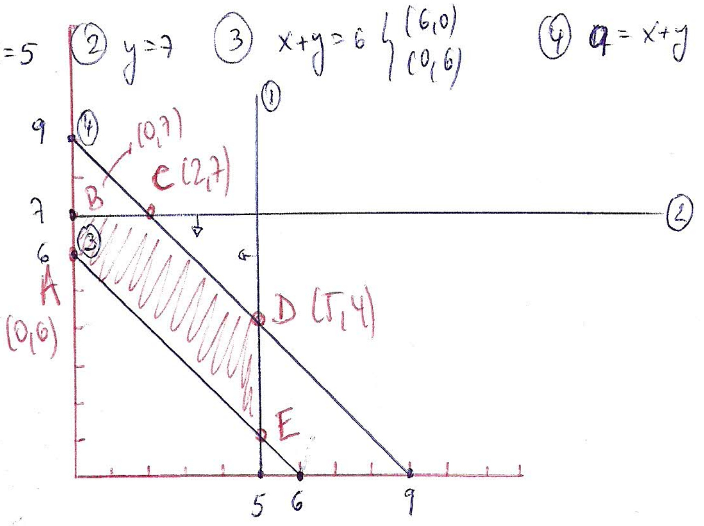
$x+y \geq 6$ (3) (Nº Autobuses vayan a Palma no menos de 6)

$5-x+7-y \geq 3$ (4) (" " " " Inca no menos de 3)

$\hookrightarrow x+y \leq 9$

Z (según cuadro) $= 4x + 16y + 9(5-x) + 17(7-y) = -5x - y + 164$ (MINIMIZAR)

(1) $x=5$ (2) $y=7$ (3) $x+y=6 \begin{cases} (6,0) \\ (0,6) \end{cases}$ (4) $9 = x+y \begin{cases} (9,0) \\ (0,9) \end{cases}$



Vértices: A(0,6), B(0,7)

C $\begin{cases} x+y=9 \\ y=7 \end{cases}$ (2,7)

D $\begin{cases} x+y=9 \\ x=5 \end{cases}$ (5,4)

E $\begin{cases} x+y=6 \\ x=5 \end{cases}$ (5,1)

$Z(0,6) = 158$ €, $Z(0,7) = 157$ €, $Z(2,7) = 147$ €, $\boxed{Z(5,4) = 135 \text{ €}}$, $Z(5,1) = 138$ €

$\hookrightarrow$ Minimiza

$x=5$
$y=4$

SOL: En este cuadro

	Francés	Alemán
Palma	5	4
Inca	0	3

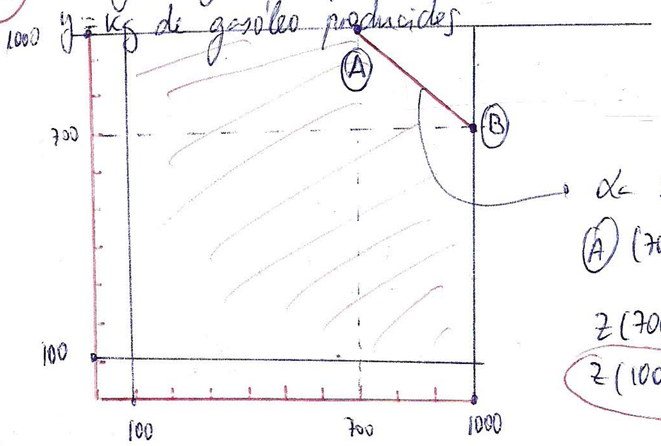
31 x= kg de gasolina producidos
y= kg de gasóleo producidos

Restricciones $\begin{cases} x \geq 0, \ y \geq 0 \\ x \geq 100 \quad (1) \\ x \leq 1000 \quad (2) \end{cases}$

$y \geq 100$ (3)
$y \leq 1000$ (4)

$x+y = 1700$ (5) $\begin{cases} (1000,700) \\ (700,1000) \end{cases}$

$Z = 0'25x + 0'2y$ (MAX)



La solución está en esa recta. Las coordenadas son

(A) (700, 1000) (B) (1000, 700)

$Z(700,1000) = 375$ €

$Z(1000,700) = 390$ € → Esa es la que maximiza:

1000 de gasolina y 700 de gasoil.